

کاربرد مدل پلاستیسیته سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS) در آنالیز اجزای محدود غیرخطی تیرهای بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی

بی‌تا امیری

کارشناس ارشد سازه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه، کرمانشاه، ایران
Amiri_Bita2@yahoo.com

امیر هوشنگ اخویسی

استاد یار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران
Ahakhaveissy@razi.ac.ir

محمد ملکشاهی

دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران
Modern_eng2000@yahoo.com

کلید واژه‌ها: تحلیل اجزای محدود غیرخطی، مدل پلاستیسیته، بارگذاری سیکلی، بارگذاری یکنواخت، تیرهای بتن آرمه

چکیده

امروزه روش‌های اجزای محدود به‌طور گسترده برای بررسی و توصیف رفتار غیرخطی سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. در تحقیق حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار غیرخطی بتن تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی به ترتیب از مدل پلاستیسیته سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS) و معادلات پیشنهادی دسای استفاده گردید. مدل پلاستیسیته HISS هم برای تسلیم شدن کششی و هم فشاری قابل استفاده می‌باشد، و معادلات ارائه شده توسط دسای در عین ساده بودن می‌تواند شبیه‌سازی رضایت‌بخشی از بارگذاری دوره‌ای ارائه دهد. لازم به ذکر است رفتار آرماتورهای فولادی به صورت الاستیک-کاملاً پلاستیک فرض شد. مدل پیشنهادی به صورت برنامه‌ای به زبان فرترن در قالب اجزای محدود نوشته شد، که در آن برای مدل‌سازی بتن از المان‌های هشت گرهی سرندبیتی و برای آرماتورها از المان‌های دو گرهی استفاده گردید. به منظور بررسی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی تیرهای بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای، دو نمونه تیر مدل‌سازی شده و نتایج بار-تغییر مکان برای آن‌ها به دست آمد. مقایسه نمودارهای بار-تغییر مکان به دست آمده از این نمونه‌ها با نتایج آزمایشگاهی، تطابق خوبی داشته که این نشان دهنده توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی تیرهای بتن آرمه می‌باشد.

مقدمه

از زمانی که اولین کارهای انجام گرفته در ارتباط با تعیین رفتار دوره‌ای تک محوره بتن منتشر شد (Sinha et al., 1964)، کارهای تخصصی ارزشمندی در این زمینه انجام شده است. روش اجزای محدود از سال ۱۹۶۰ به بعد کاربرد بسیار وسیعی در تحلیل سازه‌های بتن آرمه پیدا کرده است (Au and Bai, 2007).

Desai and Fishman (1991)، از مدل پلاستیسیته HISS برای توصیف پاسخ مکانیکی اتصالات شبیه‌سازی شده تحت بارگذاری یکنواخت، باربرداری و بارگذاری رفت و برگشتی استفاده نمودند. (Akhaveissy and Desai (2011 با استفاده از سطح تسلیم HISS، یک مدل واحد برای شبیه‌سازی رفتار سازه‌های بنایی ارائه نمودند. (Akhaveissy and Desai (2012، همچنین از مفهوم حالت دست‌خورده (DSC) و مدل پلاستیسیته سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS)، با قانون جریان همبسته اصلاح شده برای مشخص نمودن رفتار مشخصه بتن در هر دو حالت فشار و کشش، بهره جستند و یک روش اجزای محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های قاب بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت ارائه نمودند. امیری و اخویسی (۱۳۹۰)، مدل مشخصه جدیدی برای پیش‌بینی رفتار بتن مسلح تحت بارگذاری دوره‌ای شبه استاتیکی ارائه نمودند. مشخصه‌های دوره-ای اساسی بتن در این مدل با استفاده از کرنش‌های کرنش پلاستیک، بسته شدن و باز شدن مجدد ترک، منحنی‌های باربرداری غیرخطی که انرژی



شکست را نشان می‌دهد و منحنی‌های بارگذاری مجدد با سختی بارگذاری مجدد کاهش یافته که میزان خسارت را محاسبه می‌کند، توصیف می‌شوند. امیری و اخویسی (۱۳۹۳)، همچنین به بررسی و مقایسه برخی از مهم‌ترین مدل‌های مشخصه براساس تئوری الاستیسیته غیرخطی در حالت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی با یکدیگر و نیز با نتایج آزمایشگاهی پرداخته و بهترین مدل مشخصه موجود را که با بیشترین تطابق را با نتایج آزمایشگاهی دارد، معرفی نمودند. (Akhavessy et al. (2013) یک روش اجزای محدود غیرخطی با استفاده از مدل پلاستیسته سطح تسلیم HISS برای مشخص نمودن رفتار بتن در هر دو حالت فشار و کشش استفاده کردند. مدل پیشنهادی این محققان می‌تواند ریزترک‌ها را در خلال تغییرشکل که منجر به شکست و گسیختگی می‌شود، به حساب آورد. (Jafarian and Wang (2015) یک فرمولبندی تحلیلی برای ارزیابی روابط نیرو- تغییرشکل برای جان کانال‌های معکوس تحت کشش جانبی ارائه دادند.

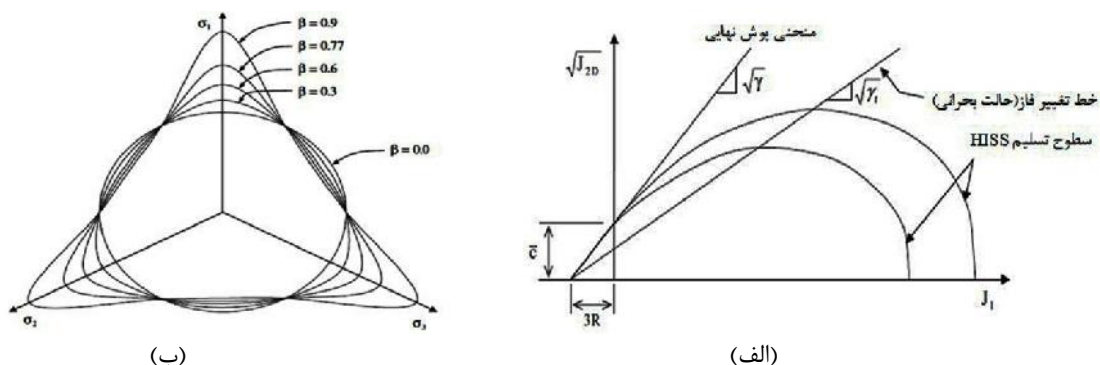
Richard and Ragueneau (2013) با در نظر گرفتن اثرات هیستریک، یک مدل مشخصه جدید برای مصالح شبه ترد تحت بارگذاری دوره‌ای ارائه دادند. (Jukic et al. (2014) یک فرمولبندی اجزای محدود تیر چندلایه براساس مدل تیر تیموشنکو برای تحلیل شکست تیرها و قاب-های بتن آرمه مسطح ارائه دادند. (Mousavi et al. (2014) با انجام آزمایش‌هایی به بررسی رفتار دیوارهای برشی بتنی فوق سبک تحت بارگذاری دوره‌ای شبه استاتیکی پرداختند. (Panyakpo (2014) از روش چرخه‌های بار افزون برای برآورد خسارت تجمعی ساختمان‌ها تحت بارگذاری دوره‌ای استفاده نمود. (Hu and Schnobrich (1991) از یک رابطه تنش- کرنش پلاستیک با سخت‌شدگی کرنش الاستیک با یک قانون جریان غیرپیوسته برای مدل‌سازی بتن در محدوده ناحیه فشاری استفاده نموده و برای بتن در محدوده کششی، رفتار گسیختگی ترد الاستیک را در نظر گرفتند. (Hashemi et al. (2009) یک مدل عددی بر اساس روش لایه‌ای برای تحلیل غیرخطی قاب‌های بتن مسلح دو بعدی معرفی نمودند. (Richard et al. (2010) یک مجموعه معادلات مشخصه برای مدل‌سازی بتن تحت بارهای دوره‌ای پیشنهاد دادند. (Hawileh et al. (2010) یک مدل اجزای محدود سه بعدی برای مطالعه پاسخ و پیش‌بینی رفتار اتصال تیر- ستون دوگانه پیش ساخته تحت بارهای دوره‌ای ارائه دادند. در تحقیق حاضر نیز از روش آنالیز اجزای محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار تیرهای بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی استفاده شده است. که از میان سطوح تسلیم موجود از سطح تسلیم HISS، و برای حالات باربرداری و بارگذاری مجدد از معادلات ارائه شده توسط (Desai (2001) استفاده گردید. سپس برنامه‌ای به زبان فرترن در قالب اجزای محدود غیرخطی نوشته شد، که در آن برای مدل‌سازی بتن از المان‌های هشت گرهی سرندیپیتی و برای آرماتورها از المان‌های دو گرهی استفاده گردید. در ادامه به منظور بررسی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی تیرهای بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی، دو نمونه تیر تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای مدل‌سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی موجود مورد مقایسه قرار گرفت.

مدل پلاستیسته HISS

مدل پلاستیسته سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS)، یک فرمول کلی برای مشخصات الاستو- پلاستیک رفتار مصالح فراهم می‌نماید. این مدل که برای سخت‌شدگی ایزوتروپیک و غیرایزوتروپیک و مشخصات پلاستیسته وابسته و غیروابسته است، هم برای تسلیم شدن کششی و هم فشاری قابل استفاده می‌باشد (desai, 2001). در این مدل، تابع تسلیم F (شکل ۱) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = \bar{J}_{2D} - (-\alpha \bar{J}_1^n + \chi \bar{J}_1^2)(1 - s S_r)^m = 0 \quad (1)$$

که، $\bar{J}_{2D} = J_{2D} / P_a^2$ است و P_a ثابت فشار اتمسفر می‌باشد. $\bar{J}_1 = J_1 + 3R / P_a$ که $R = \bar{c} / 3\sqrt{\chi}$ و تنش پیوستگی است، که در آن $\sqrt{\chi}$ شیب منحنی پوش نهایی بوده و \bar{c} ، متناسب با مقاومت چسبندگی مصالح می‌باشد.



شکل ۱- الف: سطح تسلیم HISS در فضای تنش $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ ب: صفحه چند وجهی (برای تحدب $s < 0.756$) (desai, 2001)

n ، پارامتر تغییر فاز است، اغلب $m = -0.5$ ، استفاده می‌شود، پارامتر مربوط به سطح تسلیم نهایی، $S_r = (\sqrt{27}/2) \cdot (J_{3D}/J_{2D}^{3/2})$ می‌باشد و پارامتر سخت‌شدگی می‌باشد، که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$r = \frac{a_1}{y_1} \quad , \quad ' = \int (dV_1^p \cdot dV_1^p + dV_2^p \cdot dV_2^p + dV_3^p \cdot dV_3^p)^{1/2} \quad (2)$$

رابطه تنش - کرنش در حالت الاستوپلاستیک به صورت زیر می‌باشد:

$$d\uparrow = C^{ep} \cdot dV = \left[C^e - \frac{C^e \frac{\partial Q}{\partial \uparrow} \left(\frac{\partial F}{\partial \uparrow} \right)^T C^e}{\left(\frac{\partial F}{\partial \uparrow} \right)^T C^e \cdot \frac{\partial Q}{\partial \uparrow} - \frac{\partial F}{\partial \uparrow} \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial \uparrow} \right)^T \cdot \frac{\partial Q}{\partial \uparrow} \right]^{1/2}} \right] dV \quad (3)$$

که C^e و C^{ep} ، به ترتیب ماتریس مشخصه الاستیک و ماتریس مشخصه الاستوپلاستیک می‌باشند.

باربرداری

در خلال باربرداری، معادله تنش-کرنش نموی به صورت زیر می‌باشد:

$$d\uparrow = C^{UL} dV \quad (4)$$

که C^{UL} ، ماتریس مشخصه الاستیک با مدول باربرداری الاستیک متغیر E^u (شکل ۲)، و نسبت پواسون ν ، که ثابت فرض شده است، می‌باشد. مدول E^u به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{E^u} = \frac{1}{E^b} + \frac{1}{E^p} \quad (5)$$

که E^b شیب منحنی باربرداری در نقطه A از مسیر باربرداری (شکل ۲) و E^p ، مدول پلاستیک می‌باشد، که توسط معادله زیر محاسبه می‌شود:

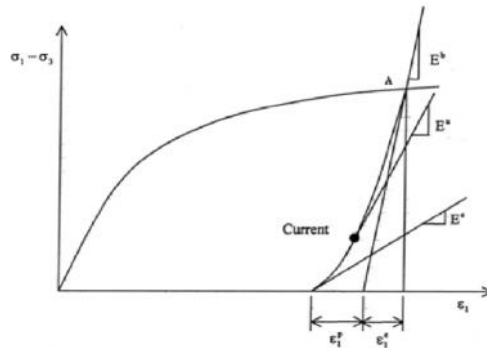
$$E^p = p_a K_1 \left[\frac{p_a}{\sqrt{J_{2D}^b} - \sqrt{J_{2D}}} \right]^{K_2} \quad (6)$$

K_1 و K_2 پارامترهای ثابتی هستند، که از نتایج آزمایشگاهی به دست می‌آیند، و J_{2D}^b و J_{2D} دومین نامتغیرهای تانسور تنش انحرافی S_{ij} ، به ترتیب در شروع باربرداری (نقطه A) و در خلال باربرداری هستند.

بارگذاری مجدد

شکل‌های ۳-الف و ۳-ب، دو حالت بارگذاری مجدد برای حالات یک مسیره و دو مسیره را نشان می‌دهد. برای هر دو حالت رابطه زیر برقرار است:





شکل ۲: تابع درونیاب برای آزمایش فشار سه محوره (desai, 2001)

$$d\ddagger^a = RC^{DSC} dV + (1-R)C^e dV \quad (7)$$

برای شروع بارگذاری مجدد، $R=0$ و برای انتهای بارگذاری مجدد، $R=1$ می‌باشد. برای حالت (۱) در شکل ۳-الف، $E^{br} = E^b$ است، که شیب باربرداری در شروع باربرداری می‌باشد و برای حالت (۲) از شکل ۳-ب، $E^{br} = E^e$ است، که شیب در انتهای باربرداری است. برای هر دو حالت (۱) و (۲)، $R = \sqrt{J_{2D}^b} / \sqrt{J_{2D}^e}$ که J_{2D}^b و J_{2D}^e ، دومین نامتغیرهای تانسور تنش، به ترتیب در شروع آخرین باربرداری و در خلال بارگذاری مجدد می‌باشد. سپس یک پارامتر S ، به عنوان نماینده، جهت نشان دادن بارگذاری مجدد، مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$S = \frac{(\ddagger^b - \ddagger)^T d\ddagger}{\|(\ddagger^b - \ddagger)^T\| \|d\ddagger\|}, \quad -1 \leq S \leq 1 \quad (8)$$

\ddagger^b و \ddagger و $d\ddagger$ ، بردارهای تنش به ترتیب، قبل از باربرداری، برای تنش رایج (در خلال باربرداری) و برای نمو تنش بعدی می‌باشند. $S = -1$ ، نشان‌دهنده حالت بارگذاری مجدد (۱) می‌باشد، در حالی که $S = 1$ ، حالت بارگذاری (۲) را نشان می‌دهد. حال داریم:

$$\frac{1}{E^{br}} = \frac{1-S}{2E^b} + \frac{1+S}{2E^e} \quad (9)$$

سپس مدول بارگذاری مجدد به صورت زیر به دست می‌آید:

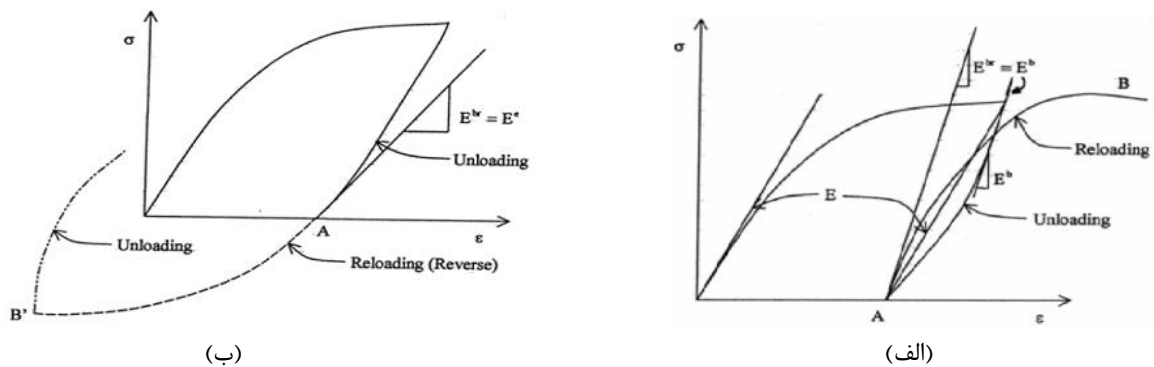
$$\frac{1}{E^R} = \frac{1-R}{E^{br}} + \frac{R}{E} \quad (10)$$

E ، مدول الاستیک مصالح است، که اغلب به عنوان شیب خط اتصال نقاط شروع و انتهای باربرداری یا شیب اولیه، در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳-الف). سپس در شروع بارگذاری مجدد، $E^R = E^{br}$ ، $R=0$ می‌باشد، که انتقال ملایم از باربرداری به بارگذاری مجدد را قطعی می‌سازد (شکل ۳-ب). در انتهای بارگذاری مجدد، $E^R = E$ و $R=1$ ، که انتقال ملایم از بارگذاری مجدد به بارگذاری اصلی (منحنی پوش) را ممکن می‌سازد (desai, 2001).

رابطه تنش - کرنش برای فولاد

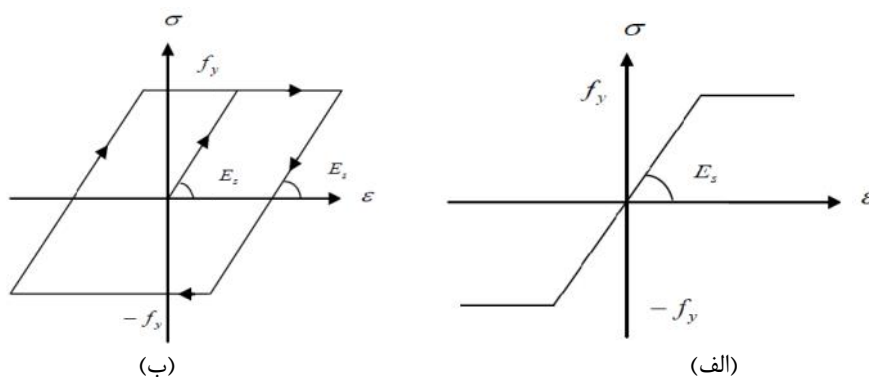
رابطه تنش - کرنش فولاد برای بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای مطابق شکل ۴ می‌باشد. برای یک کرنش فرضی V_s ، تنش \ddagger_s بر روی منحنی پوش کششی بر حسب مدول یانگ E_s و تنش تسلیم f_y توسط روابط زیر به دست می‌آید:





شکل ۳: دو حالت بارگذاری مجدد؛ الف - حالت (۱): یک مسیر ب - حالت (۲): دو مسیر (desai, 2001)

$$\dagger_s = \begin{cases} E_s v_s & \text{if } v_s \leq f_y / E_s \\ f_y & \text{if } v_s > f_y / E_s \end{cases} \quad (11)$$



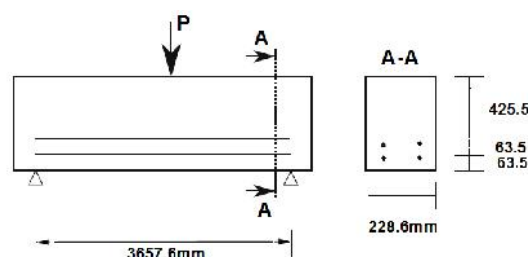
شکل ۴: رابطه تنش- کرنش برای فولاد، الف) بارگذاری یکنواخت ب) بارگذاری دوره‌ای

شبیه سازی عددی

به منظور بررسی توانایی مدل ارائه شده در این تحقیق، در ادامه دو نمونه تیر آزمایشگاهی تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای، مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. این نمونه‌ها، با استفاده از مدل پلاستیسیته مدل‌سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار خواهند گرفت. لازم به ذکر است، جهت انجام تحلیل غیرخطی، از روش حل نیوتن-رافسون (Crisfield, 2000) استفاده شده است.

تیر تحت بارگذاری یکنواخت

یک تیر بتن مسلح با تکیه‌گاه‌های ساده، توسط برسلر و اسکوردلی (Bresler and scordelis, 1964) مورد آزمایش قرار گرفته است که مشخصات آن در شکل ۵ نشان داده شده است. آرماتورهای طولی شامل چهار میلگرد با سطح مقطع کل برابر با 2580mm^2 می‌باشد، مقاومت نهایی فولاد برابر با 917Mpa و مدول الاستیک آن برابر با $191,400\text{Mpa}$ است. مقاومت فشاری بتن برابر با 24.5Mpa ، و مدول الاستیک آن برابر با $21,300\text{Mpa}$ می‌باشد. بار گسیختگی در آزمایشگاه برابر با 258.1KN اندازه‌گیری شده است.



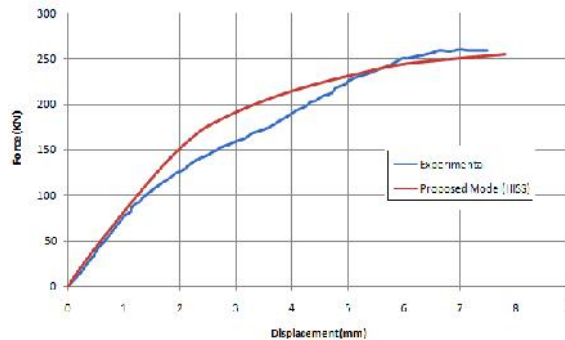
شکل ۵: مشخصات تیر (Bresler and scordelis 1964)



پارامترهای استفاده شده در مدل HISS، مطابق جدول ۱ بوده و منحنی بار- تغییرمکان در وسط دهانه تیر در شکل ۶ نشان داده شده است.

جدول ۱: مقادیر ثابت‌ها در مدل HISS

| R(MPa) | α_1 | a_1 | n | | |
|--------|------------|---------------------------|------|-------|-------|
| ۲/۲ | ۰/۴ | -۱۱ $۹/۸۵ \times ۱۰$ | ۴/۷۶ | ۰/۶۱۵ | ۰/۰۶۸ |

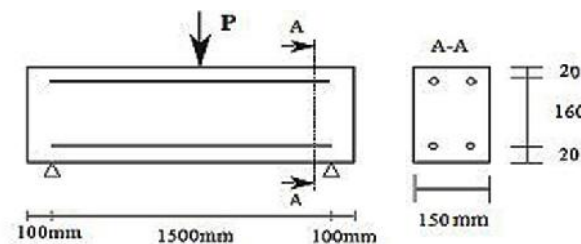


شکل ۶: مقایسه بین منحنی‌های بار- تغییرمکان وسط دهانه، برای تیر آزمایشگاهی (Bresler and scordelis (1964)

شکل ۶ نشان‌دهنده تطابق خوبی بین نتایج حاصل از مدل پیشنهادی (HISS) و نتایج آزمایشگاهی در مثال مربوطه می‌باشد. مقدار بار نهایی اندازه‌گیری شده برابر با $255kN$ است، که به میزان $۱/۲$ درصد کوچک‌تر از مقدار اندازه‌گیری شده آن در آزمایشگاه یعنی $258.1kN$ می‌باشد.

تیر تحت بار گذاری دوره‌ای

یک تیر بتن مسلح با تکیه‌گاه‌های ساده با باری که به وسط دهانه آن وارد می‌شود، توسط (La Borderie (1991 مورد آزمایش قرار گرفت، جزئیات این تیر در شکل ۷ نشان داده شده است. قطر آرماتورهای طولی برابر با $12mm$ ، مقاومت نهایی فولاد برابر با $450Mpa$ و مدول الاستیک آن برابر با $200000Mpa$ است. مقاومت فشاری بتن برابر با $31Mpa$ ، و مدول الاستیک آن برابر با $30000Mpa$ می‌باشد.

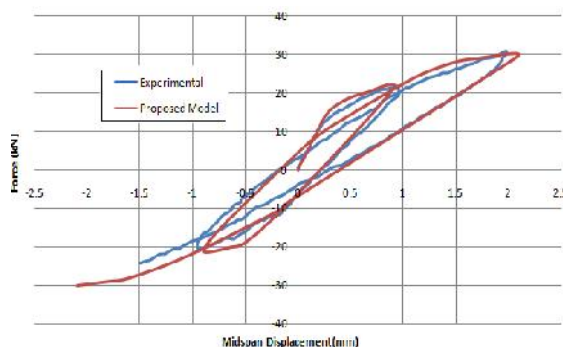


شکل ۷: جزئیات تیر (La Borderie (1991

پارامترهای استفاده شده در مدل HISS، مطابق جدول ۲ می‌باشد. مقایسه نمودار بار- تغییرمکان به‌دست آمده برای وسط دهانه تیر، با نتایج آزمایشگاهی در شکل ۸ نشان‌داده شده است.

جدول ۲: مقادیر ثابت‌ها در مدل HISS

| R(MPa) | α_1 | a_1 | n | | |
|--------|------------|-----------------------|------|-----|------|
| ۲/۲ | ۰/۴ | $۹/۵ \times ۱۰^{-۱۱}$ | ۴/۷۶ | ۰/۶ | ۰/۰۷ |



شکل ۸: مقایسه بین منحنی‌های بار- تغییرمکان وسط دهانه، براساس مدل ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی (La Borderie (1991)

مطابق شکل ۸ مشاهده می‌شود، که نتایج به دست آمده براساس مدل پیشنهادی در این تحقیق در مثال مذکور، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقدار بار نهایی اندازه‌گیری شده برابر با $255kN$ است، که به میزان $1/2$ درصد کوچک‌تر از مقدار اندازه‌گیری شده آن در آزمایشگاه یعنی، $258.1kN$ می‌باشد.

نتیجه گیری

در تحقیق حاضر به منظور پیش بینی رفتار تیرهای بتن‌آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی، یک روش اجزای محدود غیرخطی با استفاده از مدل پلاستیسیته سطح تسلیم HISS و معادلات پیشنهادی (Desai (2001) ارائه گردید. همچنین رفتار آرماتورهای فولادی به صورت الاستیک- کاملاً پلاستیک فرض شد. با توجه به تحقیق حاضر می‌توان نتیجه گرفت که کاربرد مدل سطح تسلیم HISS، تنها محدود به بتن نبوده، بلکه با تنظیم پارامترهای آن می‌تواند برای مصالحی همچون؛ انواع خاک‌ها، سنگ‌ها، سرامیک و غیره استفاده گردد. این ویژگی یکی از مزیت‌های قابل توجه مدل مذکور بوده که آن را از سایر مدل‌ها متمایز می‌سازد. همچنین مدل HISS، در مقایسه با سایر مدل‌های پلاستیسیته کلاسیک دارای ثابتهای و پارامترهای مورد نیاز کم‌تری است، که این مسئله کار با این مدل را آسان‌تر می‌نماید. مدل دوره‌ای ارائه شده، شامل معادلاتی است که در عین ساده بودن، می‌تواند به خوبی مسیرهای باربرداری، بارگذاری مجدد جزئی و کلی و مسیرهای انتقالی را شبیه سازی نماید. با توجه به نمودارهای نیرو- تغییرمکان به دست آمده برای تیر تحت بارگذاری یکنواخت مطابق شکل ۶، مشاهده می‌شود که مدل پیشنهادی برای بارگذاری یکنواخت توانایی بسیار خوبی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی تیرهای بتن‌آرمه دارد. همچنین مطابق شکل ۸، که مقایسه مقادیر نیرو- تغییرمکان به دست آمده از مدل پیشنهادی و نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که مدل ارائه شده، توانایی مناسبی در مدل‌سازی رفتار غیرخطی تیرهای بتن‌آرمه تحت بارگذاری دوره‌ای دارد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که مدل ارائه شده در این تحقیق، یک برنامه کامل و کلی می‌باشد که علاوه بر تیرها، برای سایر اجزای سازه‌های بتن‌آرمه مانند؛ قاب، ستون نیز می‌تواند به راحتی استفاده شده و نتایج رضایت بخشی به دست بدهد.

مراجع

- امیری ب، اخوسی ا ه (۱۳۹۰) ارائه مدل جدید مناسبی برای بتن تحت بارگذاری دوره‌ای رفت و برگشتی، ششمین کنفرانس بین‌المللی زلزله شناسی و مهندس زلزله، تهران، ایران
- امیری ب، اخوسی ا ه (۱۳۹۳) مطالعه مقایسه‌ای مدل‌های مشخصه فشاری برای بتن تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌ای رفت و برگشتی، دومین کنگره بین‌المللی سازه، معماری و توسعه شهری، تبریز، ایران
- Akhavessy AH, Desai CS (2011) Unreinforced Masonry Walls: Nonlinear Finite Element Analysis with a Unified Constitutive Model, Arch Comput Methods Eng, 18: 485-502
- Akhavessy AH, Desai CS (2012) Application of the DSC model for nonlinear analysis of reinforced concrete frames, Finite Element in Analysis and Design, 50: 98-107
- Akhavessy AH, Desai CS, Mostofinejad D, Vafai A (2013) FE analysis of RC structures using DSC model with yield surface for tension and compression, Journal of Computers and Concrete, 11(2): 123-148
- Au FT K, Bai ZZ (2007) Two- dimensional nonlinear finite element analysis of monotonically and non-reversed cyclically loaded RC beams, Journal Engineering Structures, 29: 2921-2934



- Bresler B, Scordelis AC (1964) Shear strength of reinforced concrete beams- series II, SESM report No. 64-2, university of California at Berkeley
- Crisfield MA (2000) Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, John Wiley and Sons, Englewood Cliffs, NJ
- Desai CS, Fishman KL (1991), Plasticity – based Constitutive Model with Associated Testing for Joints, Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr, 28(1):15-26
- Desai, CS (2001) Mechanics of Materials and Interfaces, The Disturbed State Concept, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA
- Hashemi SSH, Tasnimi AA, Soltani M (2009) Nonlinear Cyclic Analysis of Reinforced Concrete Frames, Utilizing New Joint Element, Journal of civil Engineering, 16(6): 490-501
- Hawileh RA, Rahman A, Tabatabai H (2010) Nonlinear finite element analysis and modeling of a precast hybrid beam-column connection subjected to cyclic loads, Applied Mathematical Modelling, 34: 2562–2583
- Hu HT, Schnobrich WC (1991) Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells under Monotonic Loading, Computers and Structures, 38: 637-651
- Jafarian M, Wang YC (2015) Force-deflection relationship of reverse channel connection web component subjected to transverse load, Journal of Constructional Steel Research, 104: 206- 226
- Jukic M, Brank B, Ibrahimbegovic A (2014) Failure analysis of reinforced concrete frames by finite element that combines damage, plasticity and embedded discontinuity, Journal of Engineering Structures, 75: 507-527
- La Borderie C. (1991) Unilateral effects for damage-like materials: modelling and application to concrete structures, Ph.D. Thesis, University paris VI, Paris, France
- Mousavi SA, Zahrai SM, Bahrami-Rad A (2014) Quasi- static cyclic tests on super- lightweight EPS concrete shear walls, Journal of Engineering Structures, 65: 62-75
- Panyakpo P (2014) Cyclic pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings, Journal of Engineering Structures, 66: 10-23
- Richard B, Ragueneau F (2013) Continuum damage mechanics based model for quasi materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and application, Journal of Engineering Fracture Mechanics, 98: 383-406
- Richard B, Ragueneau F, Cremona C, Adelaide L (2010) Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: stiffness recovery, inelastic strain and frictional sliding, Engineering Fracture Mechanics, 77: 1203-1223
- Sinha BP, Gerstle KH, Tulin LG (1964) Stress- strain Relation for Concrete under Cyclic Loading, ACI Structural Journal, 61(2):195-211

