

بررسی قاب‌های مهاربندی واگرا با الگوهای هندسی متفاوت

ابراهیم یوسفیان

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران - مهندسی زلزله، دانشگاه تهران، تهران، ایران
ebi.yousefian@ut.ac.ir

شاهرخ مالک

عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، تهران، ایران
maalek@ut.ac.ir

کلید واژه‌ها: قاب مهاربندی واگرا، تیر پیوند، استهلاک انرژی، سخت‌شوندگی ایزوتروپیک-کینماتیک

چکیده

قاب‌های مهاربندی شده واگرا به دلیل سختی و شکل‌پذیری مناسب، ساختاری موثر در برابر بارهای جانبی می‌باشند. عضو شکل‌پذیر در این قاب تیر پیوند می‌باشد که تسلیم آن می‌تواند به صورت برشی، خمشی-برشی و یا خمشی باشد. نوع تسلیم در تیر پیوند تابع طول و مشخصات مقطع مربوطه می‌باشد. با افزایش طول تیر پیوند، تسلیم از نوع برشی برای تیر پیوند کوتاه، به تسلیم از نوع خمشی برای تیر پیوند بلند تغییر حالت می‌دهد. همچنین با افزایش طول تیر پیوند، سختی الاستیک قاب کاهش می‌یابد. در این مقاله ۳ نمونه قاب مهاربندی شده واگرا با مقادیر متفاوت طول تیر پیوند در نظر گرفته شده و پس از مدلسازی اجزاء محدود تفصیلی این نمونه‌ها، با بهره‌گیری از نرم‌افزار آباکوس رفتار هیستریک آن‌ها مورد تحلیل قرار داده شده است. مقاطع تیر و اعضای مهاربندی به کار رفته در ۳ مدل مزبور یکسان در نظر گرفته شده است و تنها تفاوت اصلی مدل‌ها در زاویه مهاربندی می‌باشد که نتیجه آن ایجاد ۳ تیر پیوند متفاوت به طول‌های ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ سانتی‌متر می‌باشد. به همین ترتیب طول اعضای مهاربندی نیز متفاوت می‌باشند. در این نمونه‌ها از تیر پیوند از نوع پروفیل IPE۱۸۰ استفاده شده است. طول تیر پیوند در مدل‌ها به گونه‌ای انتخاب شده است که تسلیم در آن‌ها به ترتیب به صورت برشی، خمشی-برشی و خمشی صورت گیرد. نتایج حاصل از بارگذاری چرخه‌ای این نمونه‌ها به طریقه کمی نشان داده است که با افزایش طول تیر پیوند، میزان استهلاک انرژی کاهش یافته و به عبارت دیگر، در قاب‌های مهاربندی شده واگرای مورد مطالعه، بیشترین میزان جذب انرژی در حالت تیر پیوند برشی و کمترین میزان استهلاک انرژی در حالت تیر پیوند خمشی مشاهده گردیده است. همچنین با افزایش طول تیر پیوند، نیروی محوری متناظر با بار نهایی در اعضای مهاربندی کاهش یافته است. در نتیجه از آنجا که با افزایش طول تیر پیوند سختی و قابلیت جذب انرژی در مهاربندی واگرا کاهش می‌یابد، چنانچه محدودیت معماری اجازه دهد، استفاده از تیر پیوند کوتاه‌تر مناسب خواهد بود.

مقدمه

از بین سیستم‌های سازه‌ای متداول، سیستم قاب خمشی را می‌توان به قصد نیل به شکل‌پذیری مطلوب طراحی کرد، ولی معمولاً از دیدگاه میزان سختی، این سیستم‌ها از قاب‌های مهاربندی شده، به مراتب انعطاف‌پذیرتر می‌باشند و لازمست در طراحی آن‌ها اثر P مورد توجه قرار داده شود. سیستم‌های مهاربندی همگرا معمولاً دارای سختی قابل ملاحظه می‌باشند، ولی نیل به شکل‌پذیری مطلوب در این سیستم‌ها خالی از دشواری نخواهد بود.

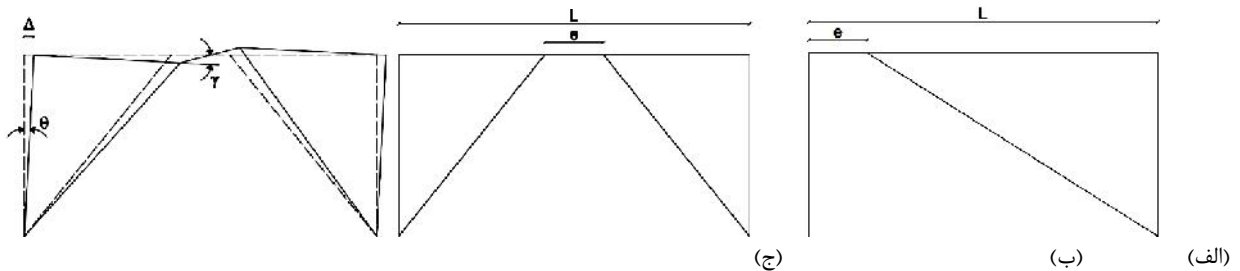
سیستم مهاربندی واگرا که مفاهیم اولیه آن در اواسط دهه ۷۰ میلادی مطرح شد (Roeder and Popov, 1977) از لحاظ سختی و شکل‌پذیری در حالتی بینابینی نسبت به دو سیستم مذکور در فوق قرار دارد؛ به عبارت دیگر، سختی آن از قاب خمشی و شکل‌پذیری آن از سیستم مهاربندی همگرا بیشتر است. همچنین در سیستم واگرا امکان ایجاد بازشو وجود دارد که در مهاربندی همگرا امکان آن با محدودیت همراه است.



تیر پیوند اصلی‌ترین عضو مهاربندی واگراست که در حین زلزله به عنوان فیوز شکل‌پذیر عمل کرده و انرژی را جذب و مستهلک می‌کند؛ به این ترتیب مانع از ایجاد خسارت در دیگر اجزای قاب می‌شود. سیستم مهاربندی واگرا در شکل‌های مختلفی قابل اجراست که در شکل (۱) دو حالت متداول آن مشاهده می‌شود. در این شکل تیر پیوند با طول e قابل مشاهده است. در شکل (۱-الف) تیر پیوند در گوشه تیر و کنار ستون و در شکل (۱-ب) تیر پیوند در میانه تیر قرار دارد. همچنین در شکل (۱-ج) نحوه تغییر شکل قاب تحت اثر بار جانبی نشان داده شده است. در این شکل زاویه دوران ستون، زاویه دوران تیر پیوند و تغییر مکان جانبی قاب می‌باشند. بین و رابطه زیر ارائه شده است (AISC, 2005)

$$\theta_p = \chi_p (e/L) \quad (1)$$

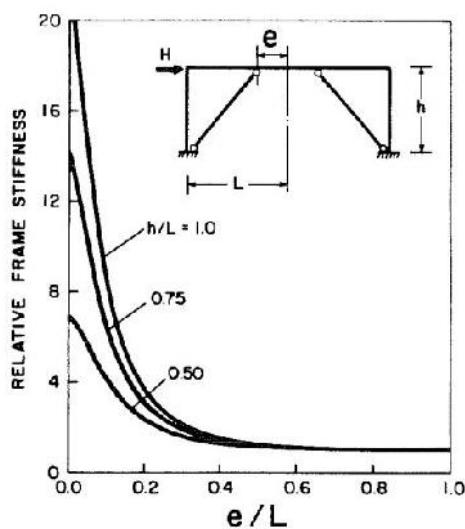
در این رابطه p زاویه دوران پلاستیک ستون و p زاویه دوران پلاستیک تیر پیوند می‌باشد.



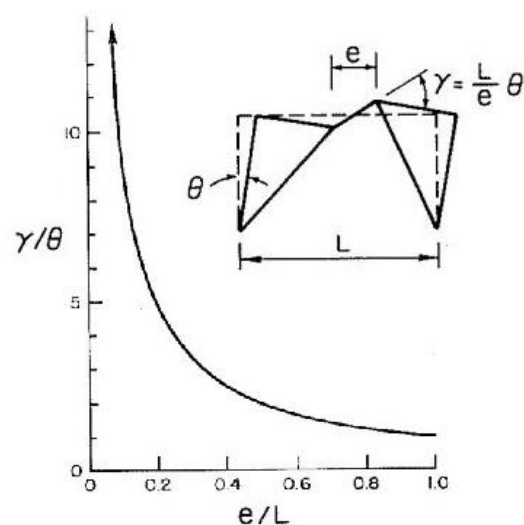
شکل (۱): الف) تیر پیوند متصل به ستون، ب) تیر پیوند میانی، ج) قاب تغییر شکل یافته تحت بار جانبی

میزان دوران مورد نیاز تیر پیوند ثابت نیست و به نسبت طول تیر پیوند به طول دهانه قاب (e/L) وابسته است. هندسه مهاربندی واگرا به گونه‌ای است که هر چه طول تیر پیوند افزایش یابد، دوران مورد نیاز آن کاهش می‌یابد. به عنوان مثال افزایش نسبت e/L از $0/1$ به $0/2$ ، دوران مورد نیاز تیر پیوند را نصف می‌کند. در طول‌های کوتاه‌تر تیر پیوند، دوران مورد نیاز بسیار بالاست و همین موضوع باعث می‌شود که تیرهای پیوند نتوانند خیلی کوتاه باشند (مصلحی، ۱۳۸۴). اما از طرفی دیگر طبق نتایج آزمایش‌های گذشته مشخص شده است که میزان دوران مجاز در تیرهای پیوند کوتاه‌تر، بزرگتر است (AISC, 2005). شکل (۲) منحنی تغییرات دوران خمیری مورد نیاز تیر پیوند را که با دوران طبقه نرمال شده است، بر حسب e/L نشان می‌دهد.

در مهاربندی‌های واگرا سختی قاب به نسبت e/L وابسته است. با افزایش این نسبت، سختی قاب کاهش خواهد یافت. چنانکه این نسبت صفر باشد، مهاربندی از نوع همگرا و در حالتی که این نسبت ۱ باشد و اعضای مهاربندی دو سر مفصل باشند، سیستم متناظر از نوع قاب خمشی خواهد بود. در شکل (۳) نحوه تغییرات سختی قاب با بر حسب تغییرات e/L ، در نمونه‌ای از قاب مهاربندی شده واگرا نمایش داده شده است.



شکل ۳: تغییرات سختی الاستیک جانبی با نسبت e/L (Hjelmstad and Popov, 1984)



شکل ۲: تغییرات دوران خمیری مورد نیاز بر حسب تغییرات نسبت e/L (Engelhardt and Popov, 1988)

نوع تسلیم در تیر پیوند به طول و مشخصات مقطع آن وابسته است. تسلیم تیر پیوند می‌تواند به صورت برشی، خمشی و یا ترکیب برشی و خمشی باشد. تسلیم برشی در مقادیر کوچک طول تیر پیوند به وقوع می‌پیوندد. با افزایش طول تیر پیوند، به تدریج رفتار اندرکنشی برشی-خمشی و با ادامه افزایش طول، حالت رفتار خمشی مسلط خواهد گردید.

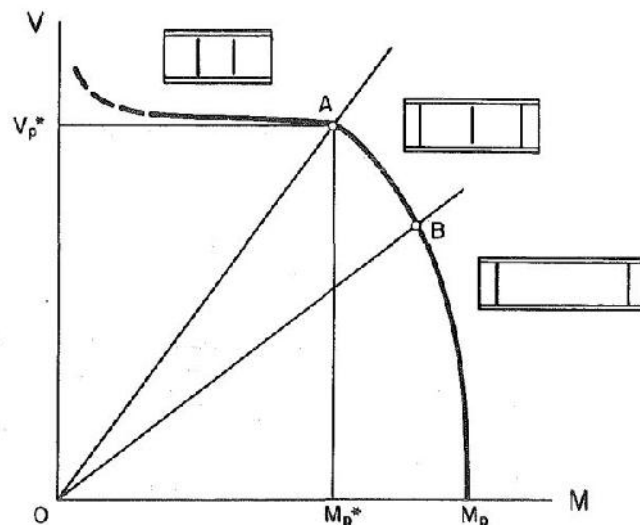
به علت احتمال کمناش ناشی از برش در جان تیر پیوند، استفاده از سخت‌کننده‌هایی در طول تیر پیوند و قسمت انتهایی آن الزامی می‌باشد که جزئیات فواصل بین آن‌ها در ضوابط طراحی لرزه‌ای (AISC, 2005) ذکر شده است. شکل (۴) نمونه‌ای از منحنی اندرکنش برش و خمش در تیر پیوند با مقطع بال پهن را به همراه موقعیت سخت‌کننده‌های آن نشان می‌دهد. چنانکه از شکل پیداست، همزمان با افزایش طول تیر پیوند، تسلیم از حالت برشی به حالت خمشی انتقال پیدا می‌کند؛ همچنین با این افزایش طول پیوند و به دلیل کاهش برش موجود، فواصل بین سخت‌کننده‌ها افزایش می‌یابد. روابط زیر مرز بین انواع تسلیم تیر پیوند را نشان می‌دهد.

$$e \leq 1.6M_p / V_p \quad (۲) \text{ کنترل برشی}$$

$$1.6M_p / V_p \leq e \leq 2.6M_p / V_p \quad (۳) \text{ اندرکنش برشی - خمشی}$$

$$e \geq 2.6M_p / V_p \quad (۴) \text{ کنترل خمشی}$$

در روابط فوق طول تیر پیوند، M_p لنگر پلاستیک و V_p برش پلاستیک تیر پیوند می‌باشند. رابطه (۲) نشان‌دهنده تسلیم برشی است. در این حالت برش در تیر پیوند به مرحله جاری شدن می‌رسد و جذب انرژی به صورت برشی خواهد بود. رابطه (۳) تسلیم توأم (اندرکنشی) تیر پیوند در برش و خمش را نشان می‌دهد. در این حالت ممکن است تیر پیوند ابتدا در خمش یا برش تسلیم شود، لیکن به دلیل خاصیت سخت‌شوندگی فولاد، نیرو در تیر پیوند همچنان افزایش می‌یابد و این موضوع باعث تسلیم توأم خمشی و برشی خواهد شد. چنانچه طول تیر پیوند در محدوده رابطه (۴) باشد، تیر پیوند فقط تسلیم خمشی را تجربه خواهد کرد. هدف از مطالعه حاضر، مقایسه میزان جذب انرژی در ۳ حالت فوق برای نمونه‌هایی از قاب‌های مهاربندی شده واگرا می‌باشد.

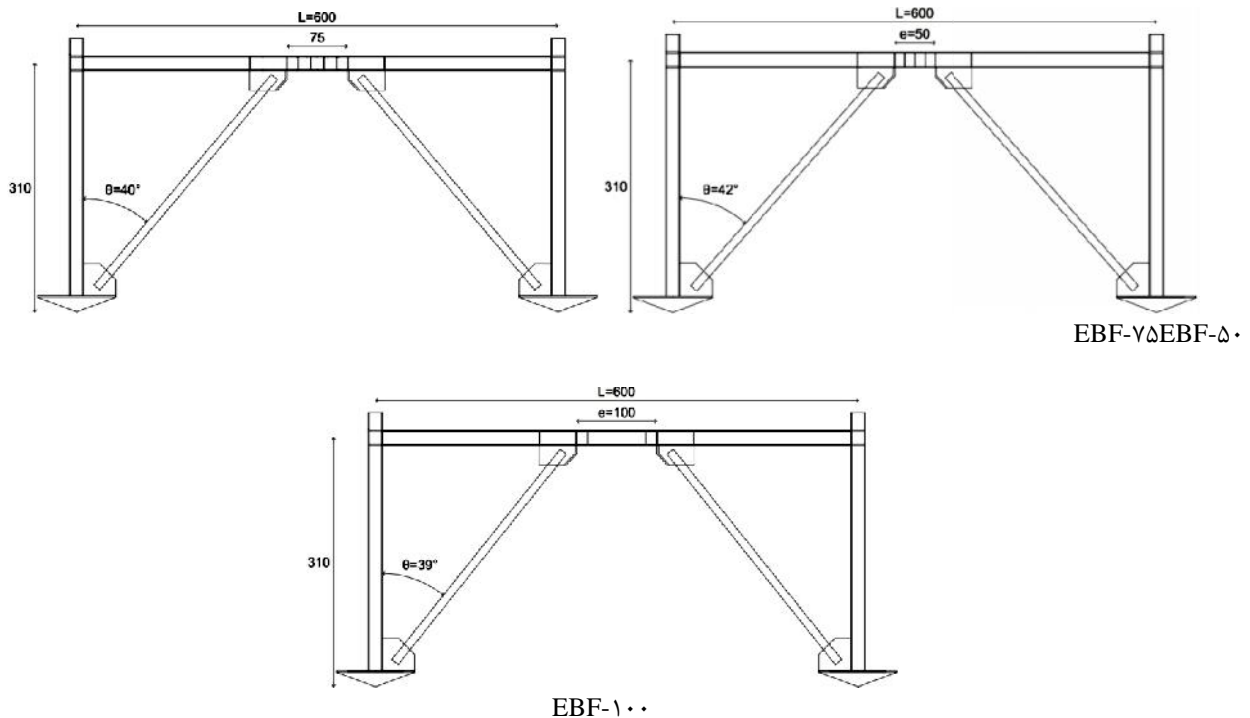


شکل ۴: منحنی اندرکنش برش و خمش در تیر پیوند با مقطع بال پهن (Hjelmstad and Popov, 1984)

مطالعات آزمایشگاهی در زمینه کاربرد اعضای تیر پیوند از نوع IPE و گونه‌های خرابی قاب‌های مهاربندی شده تک‌دهانه یک‌طبقه از طریق آزمایش‌های تمام مقیاس توسط مالک، ادیبراد و مصلحی (۲۰۱۲) انجام شده است.

در این مقاله و برای مدلسازی از تیر پیوند با پروفیل IPE ۱۸۰ استفاده شده است. با توجه به روابط () تا () طول دهانه‌های تیر پیوند ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ سانتی‌متر انتخاب گردیده است تا عملکرد آن‌ها به ترتیب به صورت برشی، برشی-خمشی و خمشی باشد. در قسمت میانی و انتهایی تیر پیوند و طبق ضوابط مربوطه، سخت‌کننده‌های جان پیش‌بینی شده‌اند. بر اساس ضوابط لرزه‌ای AISC 2005 در دو انتهای تیر پیوند همچنین لازمست سخت‌کننده‌هایی در محل اتصال عضو مهاربندی به تیر مطابق شکل (۵) پیش‌بینی گردد. این سخت‌کننده‌ها باید به صورت زوج و در دو

طرف تیر و در تمام ارتفاع آن تعبیه گردند. فواصل سخت‌کننده‌های میانی، به طول و مشخصات مقطع تیر پیوند و همچنین زاویه دوران آن وابسته است. در شکل (۵) نمای شماتیک ۳ مدل مورد نظر مشاهده می‌شود.



شکل ۵: مدل با تیر پیوند (۵۰ cm)، EBF-۷۵: مدل با تیر پیوند (۷۵ cm)، EBF-۱۰۰: مدل با تیر پیوند (۱۰۰ cm)

طراحی سیستم مهاربندی واگرا باید به صورتی باشد که تنها تیر پیوند پلاستیک شود و بقیه عناصر در حالت الاستیک باقی بمانند. به عبارت دیگر در حین زلزله، ستون‌ها، تیر در ناحیه خارج از پیوند و مهاربندها همگی باید در ناحیه الاستیک باشند. از این رو در طراحی این عناصر از یکسری ضرایب استفاده می‌شود تا مقاومت آن‌ها با حاشیه ایمنی کافی، برای حداکثر نیروهای قابل تحمل تیر پیوند تأمین شده باشد. آیین‌نامه AISC 2005 برای طراحی این اعضا رابطه $1/25 R_y V_n$ را ارائه می‌دهد که در آن ضریب $1/25$ اثرات ناشی از سخت‌شدگی فولاد، ضریب R_y نسبت تنش تسلیم مورد انتظار به تنش تسلیم اسمی فولاد (که در مقاله $R_y=1$ است) و V_n نیروی برشی اسمی در تیر پیوند است. به این ترتیب و برای طراحی این اعضا یک ضریب بزرگنمایی به دست می‌آید که مقدار آن طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان (ویرایش ۱۳۸۷) و برای مقاطع IPE عدد $1/5$ خواهد بود.

مدلسازی

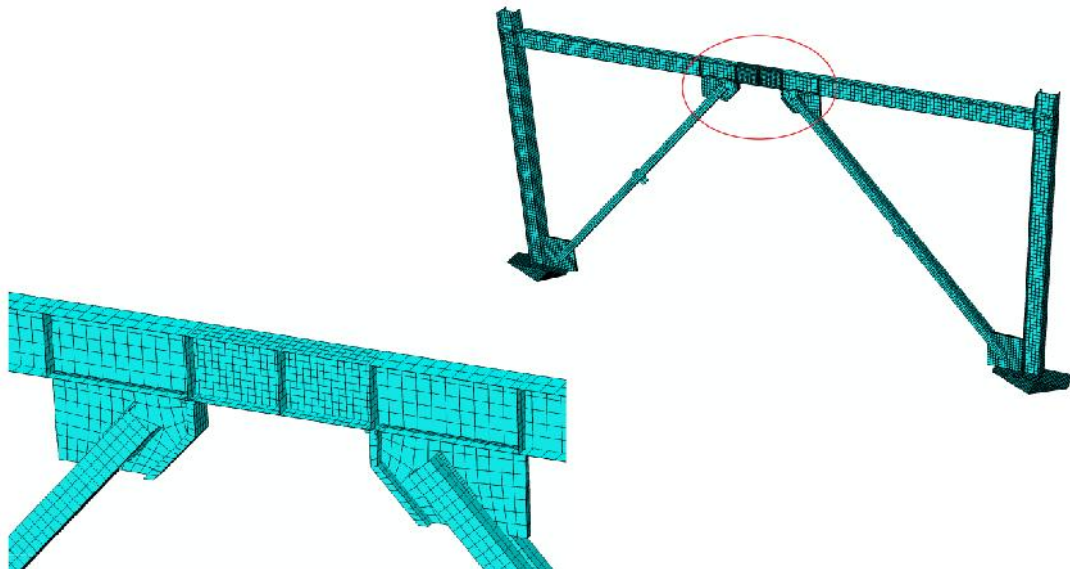
برای مدلسازی در نرم‌افزار از المان ۴، Shell و ۸، Solid گره‌ای استفاده شده است. برای بارگذاری، از پروتکل بارگذاری چرخه‌ای AISC 2005 استفاده شده است. بارگذاری به صورت جابجایی از دو طرف در تیر، به ستون‌ها اعمال شده است. این روش بارگذاری هم‌جهت از هر دو طرف باعث می‌شود که در تیر پیوند نیروی محوری به وجود نیاید. اتصال ستون‌ها در پایین به صورت مفصلی و در تراز تیر به صورت گیردار بوده است.

نوع فولاد مورد استفاده A316 بوده است (که منحنی تنش-کرنش آن بسیار نزدیک به فولاد St37 می‌باشد) و مدل رفتاری آن با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک-کینماتیک ترکیبی اختیار شده که نوع مدلسازی قابل اعتمادی در حالت بارگذاری چرخه‌ای به شمار می‌رود. در جدول (۱) مشخصات مکانیکی فولاد مورد استفاده برای مدلسازی قابل مشاهده است. در این جدول E مدول الاستیسیته، σ_0 تنش اولیه تسلیم، پارامترهای سخت‌شوندگی کینماتیک و b و Q پارامترهای سخت‌شوندگی ایزوتروپیک می‌باشند.

جدول ۱: مشخصات مکانیکی فولاد مورد استفاده برای مدلسازی

E	σ_0	C	b	Q
۲۱۰ (GPa)	۱۲۰ (MPa)	۲۱۸/۵ (GPa)	۱۳/۲	۱۲۰ (MPa)

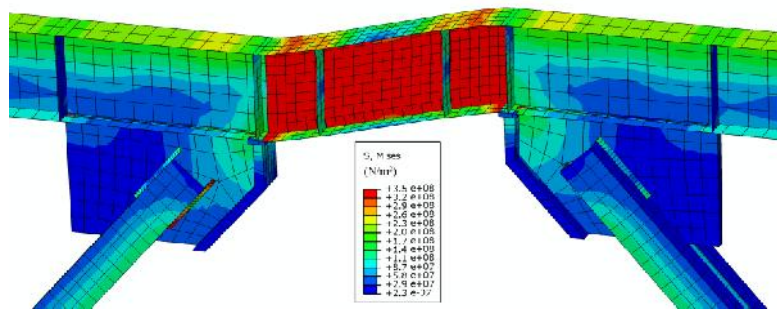
در شکل (۶) مدل اجزای محدود برای مدل EBF-۵۰ نشان داده شده است.



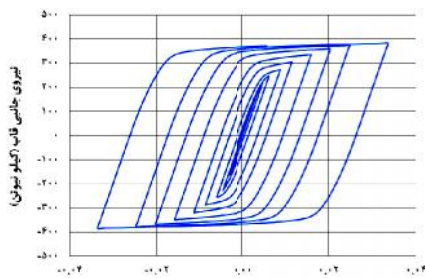
شکل ۶: نمای ۳ بعدی قاب به همراه جزئیات تیر پیوند و اتصال مهاربند برای مدل EBF-۵۰

نتایج تحلیل

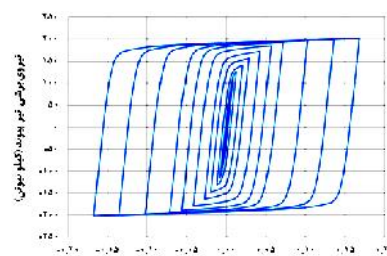
پس از پایان مدلسازی، تحلیل چرخه‌ای انجام پذیرفت. تغییر شکل تیر پیوند برای مدل‌های مطالعه شده در شکل‌های (۷-الف)، (۸-الف) و (۹-الف) نشان داده شده است. همچنین برای مقایسه میزان جذب انرژی در مدل‌ها، نمودار برش-دوران کل (شامل مؤلفه‌های الاستیک و پلاستیک دوران) مربوط به تیر پیوند برای هر ۳ نمونه ترسیم گردیده است که در شکل‌های (۷-ب)، (۸-ب) و (۹-ب) مشاهده می‌شود. در شکل (۷-ب) که مربوط به مدل EBF-۵۰ می‌باشد، تسلیم تیر پیوند به صورت برشی بوده است. همانطور که از نمودار پیداست، در این حالت و در آغاز مرحله غیرخطی نیروی برشی نسبت به دو مدل دیگر بیشترین مقدار را داراست. با افزایش طول تیر پیوند به ۷۵ سانتی‌متر، تسلیم برشی-خمشی به وقوع می‌پیوندد که نمودار آن در شکل (۸-ب) قابل مشاهده است. در این حالت نیروی برشی در آغاز تسلیم کمتر از حالت قبل است. در مدل سوم که طول تیر پیوند به ۱۰۰ سانتی‌متر می‌رسد، تسلیم به صورت خمشی بوده است. در این حالت کمترین میزان نیروی برشی در آغاز مرحله جاری شدن وجود دارد که در نمودار شکل (۹-ب) قابل مشاهده است. با توجه به این نمودارها مشخص می‌شود که تحت یک دوران نهایی برابر برای هر ۳ مدل، میزان جذب و استهلاک انرژی (که برابر است با سطح زیر منحنی هیسترتیک در ناحیه پلاستیک) با افزایش طول تیر پیوند در حال کاهش بوده است.



(الف)



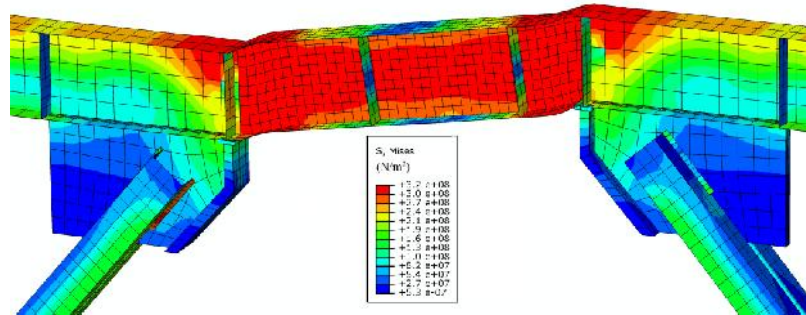
(ب)



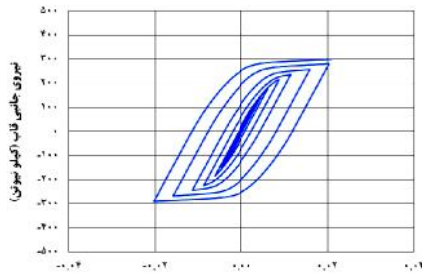
(ج)

شکل ۷: نمودارهای مربوط به مدل EBF-۵۰ (الف) تنش فون میزس، (ب) نمودار برش-دوران تیر پیوند (ج) نمودار نیروی جانبی-تغییر مکان جانبی قاب

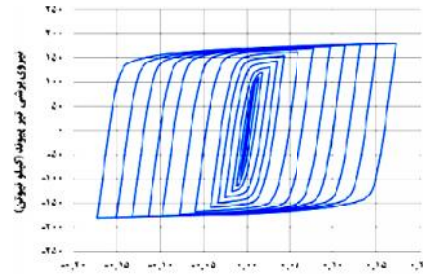
از آنجا که میزان مجاز تیر پیوند برای مدل مورد نظر متفاوت است، می‌بایست معیار مقایسه بر اساس همین مقدار مجاز باشد. طبق ضوابط موجود چنانکه طول تیر پیوند کوچکتر یا مساوی $1/6M_p/V_p$ باشد، میزان دوران مجاز آن $0/08$ رادیان خواهد بود. همچنین اگر طول تیر پیوند بزرگتر یا مساوی $2/6M_p/V_p$ باشد، میزان دوران مجاز به $0/02$ رادیان خواهد رسید. برای مقادیر متفاوت و بینابینی طول تیر پیوند میتوان از درون یابی خطی دو مقدار قبلی استفاده کرد (AISC, 2005). در نتیجه با در نظر گرفتن معیار دوران مجاز (و تغییر مکان جانبی معادل آن) شکل‌های (۷-ج)، (۸-ج) و (۹-ج) حاصل می‌گردند. این نمودارها نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن معیار دوران مجاز، با افزایش طول تیر پیوند، میزان جذب و استهلاک انرژی به طور ملموس‌تری کاهش خواهد یافت.



(الف)

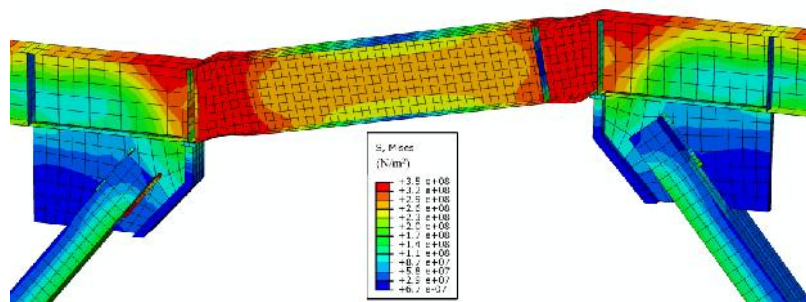


(ج)

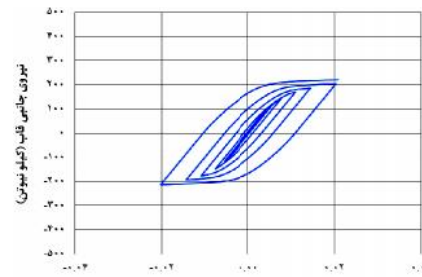


(ب)

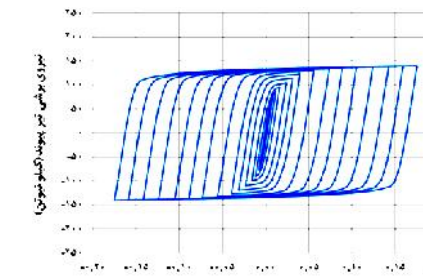
شکل ۸: نمودارهای مربوط به مدل EBF-75 (الف) تنش فون میزس، (ب) نمودار برش-دوران تیر پیوند (ج) نمودار نیروی جانبی-تغییر مکان جانبی قاب



(الف)



(ج)



(ب)

شکل ۹: نمودارهای مربوط به مدل EBF-100 (الف) تنش فون میزس، (ب) نمودار برش-دوران تیر پیوند (ج) نمودار نیروی جانبی-تغییر مکان جانبی قاب

با دقت در شکل‌های (۷-ج)، (۸-ج) و (۹-ج) و مقایسه شیب اولیه نمودارها در می‌یابیم که با افزایش طول تیر پیوند، سختی الاستیک قاب در حال کاهش است. در جدول (۲) اطلاعات دقیق‌تر مربوط به ۳ مدل و نتایج حاصل از تحلیل آن‌ها آورده شده است. در این جدول و در ستون چهارم، منظور از نسبت سختی‌ها، نسبت سختی هر مدل به سختی مدل EBF-۵۰ می‌باشد. همچنین در این جدول مقادیر برش تیر پیوند، بار جانبی قاب و نیروی عضو مهار، متناظر با دوران مجاز می‌باشند.

جدول ۲: اطلاعات مربوط به ۳ مدل تحلیل شده و نتایج حاصل

نام مدل تحلیلی	نوع تسلیم	نسبت e/L	نسبت سختی‌ها	دوران مجاز	تغییر مکان مجاز (m)	برش تیر پیوند (kN)	بار جانبی قاب (kN)	نیروی عضو مهار (kN)
EBF-۵۰	برشی	۰/۰۸۳	۱	۰/۰۸	۰/۰۲۷۳	۱۹۶	۳۸۱	۲۹۳
EBF-۷۵	برشی-خمشی	۰/۱۲۵	۰/۶۴	۰/۰۳	۰/۰۱۸۵	۱۴۸	۲۸۹	۲۳۶
EBF-۱۰۰	خمشی	۰/۱۶۷	۰/۴۲	۰/۰۲	۰/۰۱۸۲	۱۰۹	۲۱۳	۱۸۱

برای مقایسه میزان جذب و استهلاک انرژی در مدل‌ها، مساحت زیر منحنی هیسترتیک نیروی جانبی-تغییر مکان جانبی قاب در ناحیه غیرخطی محاسبه گردیده است که نتایج آن در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول ۳: میزان و مقایسه جذب و استهلاک انرژی در مدل‌ها

نام مدل تحلیلی	سطح زیر منحنی تا تغییر مکان جانبی ۱۸ میلی‌متر (N.m)	نسبت مقادیر هر مدل به مدل EBF-۵۰	سطح زیر منحنی تا تغییر مکان جانبی مجاز (N.m)	نسبت مقادیر هر مدل به مدل EBF-۵۰
EBF-۵۰	۷۷۴۲۷	۱	۱۳۱۶۲۹	۱
EBF-۷۵	۴۱۴۵۰	۰/۵۳۵	۴۱۷۳۸	۰/۳۱۷
EBF-۱۰۰	۲۹۶۰۷	۰/۳۸۲	۲۹۶۰۷	۰/۲۲۵

نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصل از تحلیل نمونه‌های مورد مطالعه، می‌توان به نکات زیر اشاره نمود:
افزایش طول تیر پیوند اگرچه آزادی عمل بیشتری در طراحی معماری برای تعبیه بازشوهای ممکن در اختیار طراح قرار می‌دهد، اما با توجه به تغییر در مکانیسم تسلیم از برشی به خمشی و متعاقب آن کاهش نیروی تسلیم در تیر پیوند و همچنین با توجه به کاهش دوران مجاز آن، میزان جذب و استهلاک انرژی در این نمونه‌ها به شدت کاهش یافته و به این ترتیب شکل‌پذیری سازه نیز کاهش یافته است.
با افزایش طول تیر پیوند و در نتیجه افزایش نسبت e/L ، همانطور که در جدول (۲) قابل مشاهده است، سختی الاستیک قاب نیز کاهش یافته است.

از آنجا که با افزایش طول تیر پیوند، نیروی تسلیم قاب و میزان دوران مجاز کاهش یافته‌اند، نیروی عضو مهار متناظر با بار نهائی نیز همانطور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، کاهش یافته است.

مراجع

مصلحی ی (۱۳۸۴) بررسی آزمایشگاهی قاب‌های مهاربندی شده واگرا، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، استاد راهنما شاهرخ مالک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، تهران، ایران

ABAQUS Example Problems Manual (2012)

AISC (2005) Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, Chicago, USA

SEE 7

Hjelmstad KD and Popov EP (1984) Characteristics of Eccentrically Braced frames, *Journal of Structural Engineering*, 110(2): 340-353

Maalek S, Adibrad MH and Moslehi Y (2012) An experimental investigation of the behaviour of EBFs, *Journal of Structures and Buildings*, 165(4): 179-198

Malley JO and Popov EP (1984) Shear Links in Eccentrically Braced Frames, *Journal of Structural Engineering*, 110(9): 2275-2295

Popov EP and Engelhardt M (1988) Seismic Eccentrically Braced Frames, *Journal of Constructional Steel research*, 10(1988): 321-354

Roeder CW and Popov EP (1977) Inelastic behavior Eccentrically Braced Steel Frames Under Cyclic Loadings, EERC Report 77-118, University of California, Berkeley, California, USA