تحلیل دینامیکی اندرکنش سد و فونداسیون به کمک روش معادلات مجزا

امین غضنفری تهران
کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
a.ghazanfaritehran@modares.ac.ir

ناصر خاجی
استاد تمام مهندسی زلزله، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
nkhaji@modares.ac.ir

کلید واژه‌ها: *اندرکنش سد و فونداسیون، تحلیل دینامیکی، روش معادلات مجزا، انتگرال‌گیری عددی کلنشا-کورتیس*

چکیده

سدها از جمله سازه‌های عظیمی هستند که از یک سو سهم بسزایی در توسعه و آبادانی یک کشور داشته و از سوی دیگر بروز اختلال در عملکرد آنها منجر به خسارات فراوان جانی و مالی می‌گردد. از این رو باید در برابر بلایای طبیعی از جمله زلزله عملکرد مناسبی داشته باشند. با توجه به پیچیدگی موجود در رفتار سدها، از روش‌های عددی گوناگونی برای تحلیل لرزه‌ای آن‌ها استفاده می‌شود. از آنجایی که بسیاری از روش‌های عددی دارای فرمولاسیون پیچیده و زمان تحلیل بالایی هستند، توسعه روش‌های عددی به یک موضوع تحیقیقاتی مهم در بین محققین تبدیل شده است. هدف از انجام این تحقیق توسعه روش نیمه‌تحلیلی معادلات مجزا برای درنظر گرفتن اثرات اندرکنش سد و فونداسیون است. در این روش، فقط مرز مسئله با استفاده از المان‌های غیرایزوپارامتریک گسسته‌سازی می‌شود که این امر منجر به کاهش یک بعد از فضای مسئله می‌گردد. علاوه بر این با توجه به خصوصیات روش معادلات مجزا، ماتریس‌های ضرایب به صورت قطری در می‌آیند. با درنظر گرفتن این موارد، مدت زمان تحلیل و در نتیجه هزینه‌های محاسباتی کاهش خواهد یافت. با توجه به این‌که در تحلیل سدها باید اثرات انعطاف‌پذیری خاک زیر سد در نظر گرفته شود، در این تحقیق مسئله اندرکنش سد و خاک با در نظر گرفتن محیط محدود خاک مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور از دو نقطه مرجع جداگانه برای گسسته‌سازی محیط خاک و محیط سازه استفاده شده است، بدین صورت که ابتدا محیط خاک مورد تحلیل قرار گرفته، سپس از نتایج به‌دست آمده برای تحلیل محیط سازه استفاده شده است. در نهایت نتایج به‌دست آمده از روش حاضر با نتایج بدست آمده از سایر روش‌های عددی مقایسه گردیده که نشان‌دهنده دقت بالای این روش برای حل مسائل اندرکنش است.

مقدمه

حل معادلات حاکم بر مسائل گوناگون مهندسی، یکی از مهمترین مسائلی است که در طول تاریخ مورد توجه محققین قرار گرفته است. به عنوان یکی از این مسائل می‌توان به مسئله اندرکنش دینامیکی سد و فونداسیون اشاره نمود. عوامل متعددی در حل این مسئله تأثیرگذار است. به عنوان یکی از مهمترین عوامل می‌توان به انعطاف‌پذیری خاک زیر سد اشاره نمود. در نظر گرفتن این امر منجر به پیچیدگی در رفتار و تحلیل سدها می‌گردد. بنابراین استفاده از روش‌های تحلیلی برای تحلیل لرزه‌ای سدها، امری غیرممکن بوده و محققین برای تحلیل این نوع سازه‌ها از روش‌های عددی استفاده می‌نمایند. از آنجایی که بسیاری از روش‌های عددی دارای فرمولاسیون پیچیده و زمان تحلیل بالایی هستند، توسعه روش‌های عددی به یک موضوع تحیقیقاتی مهم در بین محققین تبدیل شده است.

چوپرا و گوپتا (Chopra and Gupta, 1982) پاسخ سیستم اندرکنش سد و فونداسیون نیمه بی‌نهایت را با استفاده از روش اجزای محدود، تحت شتاب هارمونیک واحد اعمال شده در دو راستای افقی و قائم در حوزه فرکانس بررسی نمودند. در این بررسی تحریک لرزه‌ای به صورت میدان آزاد اعمال گردید و رفتار مصالح سد و فونداسیون به صورت خطی و تنش صفحه‌ای در نظر گرفته شد. لطفی و همکاران (Lofti et al., 1987) با انجام مطالعه پارامتری روی مدل اندرکنشی چوپرا به این نتیجه رسیدند که اگر عمق فونداسیون به صورت محدود و چهار برابر ارتفاع سد در نظر گرفته شود، نتایج تحلیل دارای دقت مناسبی خواهد بود. دومینگز و مدینا، برای بررسی رفتار لرزه‌ای سد وزنی از روش اجزای مرزی در حوزه

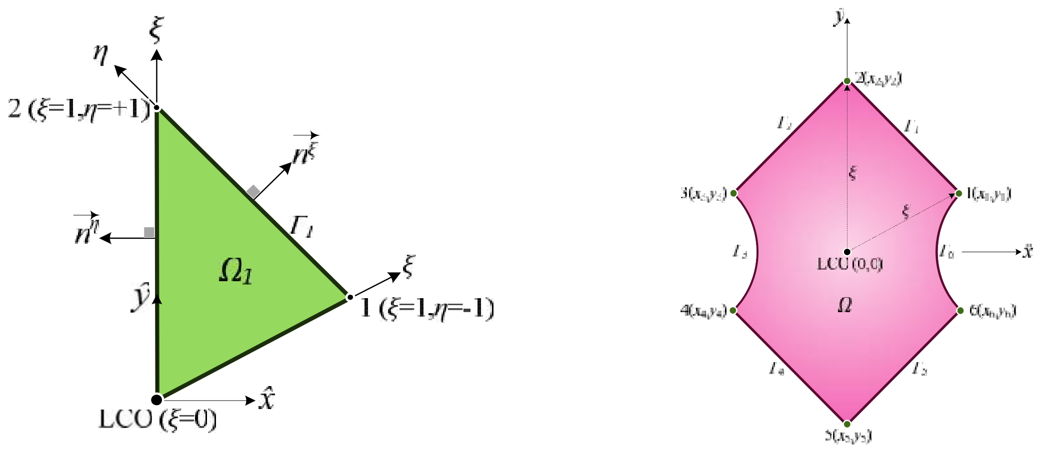
فرکانس استفاده نمودند (Medina and Domínguez, 1989). آنها در این تحقیق رفتار سد و فونداسیون را به‌صورت خطی درنظر گرفته و از موج‌های SV و P به عنوان تحریک پایه استفاده نمودند. علاوه بر موارد ذکر شده، در تحلیل اندرکنش سد و فونداسیون از روش‌های ترکیبی نیز استفاده شده است. یزدچی و همکاران با استفاده از روش ترکیب اجزای محدود-اجزای مرزی، تحلیل دینامیکی اندرکنش سد و فونداسیون را انجام داده و به بررسی پاسخ گذرای سازه‌ای که روی محیط نیمه بینهایت خاک قرار گرفته است پرداختند (Yazdchi et al., 1999). آن‌ها در این تحقیق از روش اجزای محدود برای مدل‌سازی سازه و از روش اجزای مرزی برای مدل‌سازی خاک نیمه بی‌نهایت استفاده نموده و پاسخ اندرکنش سد و فونداسیون را برای سختی‌های مختلف فونداسیون به‌دست آورده‌اند.

خداکرمی و خاجی از یک روش عددی جدید به نام معادلات مجزا برای حل مسائل انتشار امواج در محیط نیمه بی‌نهایت در حوزه زمان استفاده نمودند و مسائل مربوط به لرزه‌شناسی را مورد بررسی قرار دادند (Khodakarami and Khaji, 2014). این روش یک روش نیمه‌تحلیلی می‌باشد که مزایای روش اجزای محدود و اجزای مرزی را به صورت همزمان دارا بوده و با استفاده از ویژگی‌های منحصر به فرد خود منجر به قطری شدن ماتریس ضرایب و غیردرگیر شدن معادلات می‌گردد. این روش در سال ۲۰۱۱ توسط خداکرمی و خاجی ابداع گردید (خداکرمی، ۱۳۹۰) و تا کنون در حل مسائل مختلف مورد استفاده قرار گرفته است ((Khaji and Khodakarami, (2012، (Khaji and Khodakarami, (2011) , (2013))، (Khodakarami and Khaji, (2011))، (Khodakarami, et al., (2012)).

در این تحقیق برای اولین بار مسئله اندرکنش سد و فونداسیون محدود با استفاده از روش معادلات مجزا مورد بررسی قرار گرفته و نحوه حل این مسئله تحت بار دینامیکی در حوزه فرکانس ارائه شده است. در نهایت، صحت و دقت نتایج به دست آمده با ارائه مثالی با سایر روش‌های عددی بررسی شده است.

مبانی روش معادلات مجزا

به منظور مدل‌سازی هندسه و فیزیک مسئله در روش معادلات مجزا، ابتدا یک نقطه به عنوان مرجع مختصات محلی انتخاب شده و تمام خصوصیات هندسی و فیزیکی مسئله نسبت به این نقطه ارزیابی می‌گردد. لازم است در تعیین محل این نقطه در مسائل مختلف ضوابط خاصی منظور گردد که در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.



(ب) (الف)

شکل ۱: الف) مدل‌سازی هندسه مسائل دو بعدی؛ ب) تبدیل محورهای مختصات کلی به مختصات محلی

در این روش، فقط مرزهای مسئله با استفاده از المان‌هایی با یک بعد کمتر از بعد فضای مسئله گسسته‌سازی می‌شود. در شکل ۱-الف نحوه مدل‌سازی هندسه مسائل دو بعدی نشان داده شده است. با توجه به انتخاب محورهای محلی، مرزهای مسئله به دو دسته تقسیم می‌گردند: مرزهایی که امتداد آن‌ها از نقطه مرجع محلی (LCO) می‌گذرد و مرزهایی که امتداد آن‌ها از این نقطه نمی‌گذرد. در این روش فقط باید مرزهای نوع اول را گسسته‌سازی نمود. مختصات هر نقطه درون حوزه مسئله در مختصات کلی با $(\hat{x},\hat{y})$ و هر نقطه از مرز مسئله نیز با (x,y) تعیین می‌گردد. همان‌طور که در شکل ۱-ب نشان داده شده است، در دستگاه مختصات محلی از دو محور با نام‌های ξ و ¦ استفاده می‌گردد؛ محور ξ معرف محور شعاعی است که از LCO شروع می‌شود، و محور ¦ نیز معرف محوری مماسی است که فقط بر روی مرزها تعریف می‌گردد.

محدوده تغییرات محور مماسی بین ۱- تا ۱+ می‌باشد اما تغییرات محور شعاعی برای مسائل محدود بین صفر (در LCO) و یک (روی مرز) می‌باشد و برای مسائل نامحدود بین یک تا بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود. برای انتقال هندسه از مختصات کلی به مختصات محلی، از توابع نگاشت که از نوع چندجمله‌ای‌های مرتبه بالای چبیشف می‌باشند، به شکل زیر استفاده می‌گردد.

$$\varphi_i(\eta)=\frac{2}{n_\eta}\sum_{n=0}^{n_\eta}\frac{1}{c_{i-1}c_n}T_n(\eta_{i-1})T_n(\eta) \qquad (۱)$$

که در آن، $T_n(\eta)$ چندجمله‌ای چبیشف نوع اول از مرتبه n می‌باشد. همچنین برای مقادیر $0<n<n_\eta$ مقدار $c_n=1$ و برای $n \; Z \; 0 \;, n_\eta$ مقدار $c_n=2$ می‌باشد؛ بنابراین، توابع نگاشت پیشنهادی دارای خاصیت دلتای کرونیکر در هر یک از نقاط کنترل (که همان نقاط گرهی هستند) می‌باشند. مختصات هر نقطه از مسئله با استفاده از این توابع به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{x}(\xi,\eta)=\xi x(\eta)=\xi\sum_{i=1}^{n_\eta+1}\varphi_i(\eta)x_i \qquad (۲)$$

$$\hat{y}(\xi,\eta)=\xi y(\eta)=\xi\sum_{i=1}^{n_\eta+1}\varphi_i(\eta)y_i \qquad (۳)$$

با قرار دادن $\xi \; Z \; 1$ در این روابط، مختصات هر نقطه روی مرز مسئله به دست می‌آید:

$$x(¦)=¨(¦)x \qquad (۴)$$

$$y(¦)=¨(¦)y \qquad (۵)$$

رابطه بین جزء سطح المان در مختصات کلی ($d\hat{x}\,d\hat{y}$) و مختصات محلی ($d\xi\,d\eta$) به صورت زیر می‌باشد:

$$d\Omega=d\hat{x}\,d\hat{y}=\left|\hat{\mathrm{J}}(\xi,\eta)\right|d\xi\,d\eta=\xi\left|\mathrm{J}(\eta)\right|d\xi\,d\eta \qquad (۶)$$

و در آن $\mathrm{J}(\eta)$ ماتریس ژاکوبین انتقال بر روی مرزها می‌باشد:

$$\mathrm{J}(\eta)=\begin{bmatrix} x(\eta) & y(\eta) \\ x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta)\end{bmatrix} \qquad (۷)$$

همچنین رابطه بین مشتق‌ها در دو دستگاه مختصات کلی و محلی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial\hat{x} & 0 & \partial/\partial\hat{y} \\ 0 & \partial/\partial\hat{y} & \partial/\partial\hat{x}\end{bmatrix}^T=\left\{\mathrm{b}^1(\eta)\right\}\frac{\partial}{\partial\xi}+\frac{1}{\xi}\left\{\mathrm{b}^2(\eta)\right\}\frac{\partial}{\partial\eta} \qquad (۸)$$

که در این رابطه:

$$\mathrm{b}^1(\eta)=\frac{1}{|\mathrm{J}|}\begin{bmatrix} y_{,\eta}(\eta) & 0 \\ 0 & -x_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta)\end{bmatrix} \qquad (۹)$$

$$\mathrm{b}^2(\eta)=\frac{1}{|\mathrm{J}|}\begin{bmatrix} -y(\eta) & 0 \\ 0 & x(\eta) \\ x(\eta) & -y(\eta)\end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

بردار نرمال عمود بر سطح را برای دو امتداد ξ و ¦ با استفاده از روابط (۲) و (۳) می‌توان به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) در نظر گرفت:

$$\mathrm{n}^{\xi}(\eta)=\frac{1}{\left|\begin{Bmatrix} y_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta)\end{Bmatrix}\right|}\begin{bmatrix} y_{,\eta}(\eta) & 0 \\ 0 & -x_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta)\end{bmatrix} \tag{۱۱}$$

$$\mathrm{n}^{\eta}(\eta)=\frac{1}{\left|\begin{Bmatrix} -y(\eta) \\ x(\eta)\end{Bmatrix}\right|}\begin{bmatrix} -y(\eta) & 0 \\ 0 & x(\eta) \\ x(\eta) & -y(\eta)\end{bmatrix} \tag{۱۲}$$

برای مدل‌سازی فیزیک مسئله از توابع شکل با ویژگی‌های خاصی استفاده می‌گردد که در حالت کلی با [N] نشان داده می‌شوند و یکی از عوامل مهم در قطری‌سازی ماتریس‌های ضرایب می‌باشد. درون‌یابی خواص فیزیکی مسئله بر روی مرزها با استفاده از این توابع شکل انجام می‌گیرد که دارای دو ویژگی مهم هستند؛ یکی اینکه دارای خاصیت دلتای کرونیکر در نقاط گرهی المان‌ها می‌باشند، و دیگری این‌که مشتق اول آن‌ها نسبت به محورهای محلی مماسی در تمام گره‌ها برابر صفر است. توابع شکل پیشنهادی در این روش برای یک المان $(n_\eta+1)$ گرهی، یک چندجمله‌ای از مرتبه $(2n_\eta+1)$ مانند رابطه (۱۳) می‌باشد که دارای $2n_\eta$ پارامتر مجهول است و این پارامترها با استفاده از ویژگی‌های بیان شده، تعیین می‌گردند.

$$\mathrm{N_i}(\eta)=\sum_{m=0}^{2n_\eta+1} a_m \eta^m \tag{۱۳}$$

معادله حاکم و شرایط مرزی

همان‌گونه که در بخش‌های قبلی اشاره گردید، مسئله مورد بررسی در این تحقیق، مسئله اندرکنش دینامیکی سد و فونداسیون محدود، در محدوده الاستیک مصالح می‌باشد (مسئله الاستودینامیک). معادله حاکم بر این مسائل، معادله تعادل می‌باشد که در مختصات کارتزین و در حوزه زمان به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\sigma_{ij,j}+f_i-\rho\ddot{u}_i=0 \tag{۱۴}$$

در این رابطه $\sigma_{ij,j}$ بیان‌گر اجزای تانسور تنش دوبعدی بوده و f_i نیز مؤلفه‌های نیروهای حجمی اعمال شده بر فضای مسئله هستند. به‌منظور حل در حوزه فرکانس، با استفاده از تبدیلات زیر، معادله حاکم را از حوزه زمان به حوزه فرکانس انتقال می‌دهیم:

$$u_i(t)=\hat{u}_i(\omega)\exp(j\omega t) \tag{۱۵}$$

$$\ddot{u}_i(t)=-\omega^2\hat{u}_i(\omega)\exp(j\omega t) \tag{۱۶}$$

$$\sigma_{ij,j}(t)=\hat{\sigma}_{ij,j}(\omega)\exp(j\omega t) \tag{۱۷}$$

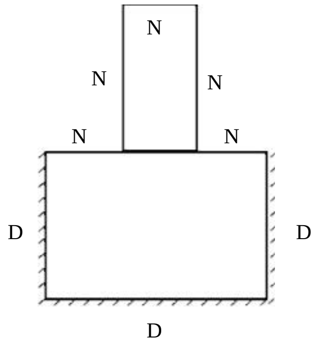
$$f_i(t)=\hat{f}_i(\omega)\exp(j\omega t) \tag{۱۸}$$

که در آن $j=\sqrt{-1}$ می‌باشد. بنابراین معادله حاکم بر مسائل الاستودینامیک در حوزه فرکانس به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\hat{\sigma}_{ij,j}+\hat{f}_i+\rho\omega^2\hat{u}_i=0 \tag{۱۹}$$

برای حل مسئله اندرکنش دینامیکی سد و فونداسیون، باید شرط‌های مرزی حاکم بر مسئله را ارضا نمود. شرایط مرزی حاکم بر هر یک از محیط‌ها (سد و فونداسیون) به دو قسمت تقسیم می‌شود. ۱) شرایط مرزی خارج از مرز اندرکنش: که این شرط برای محیط سد به صورت ترکشن (شرط مرزی نیومن (N)) و برای محیط خاک به صورت مجموع شرایط ترکشن (شرط مرزی نیومن (N)) و جابه‌جایی صفر (شرط مرزی دیریکله (D)) در

نظر گرفته می‌شود؛ ۲) شرایط مرزی روی مرز اندرکنش: که برای ارضای آن، باید تعادل و سازگاری تغییرشکل‌ها به صورت هم‌زمان در مرز اندرکش برقرار باشد (شکل ۲).



شکل ۲: انواع شرایط مرزی موجود بر مرزهای مسئله

دستگاه معادلات حاکم در فضای روش معادلات مجزا

دستگاه معادلات حاکم با استفاده از فرم انتگرالی معادله حاکم (۱۴) بر اساس روش باقیمانده‌های وزن‌دار، توابع شکل و نگاشت معرفی شده در بخش ۲ و به‌کارگیری روش انتگرال‌گیری کلنشا-کورتیس به صورت قطری شده‌ی زیر در می‌آید:

$$\xi \mathrm{D}^0 \hat{\mathrm{u}}_{,\xi\xi} + \mathrm{D}^1 \hat{\mathrm{u}}_{,\xi} + \omega^2 \xi \mathrm{M}\hat{\mathrm{u}} + \xi \hat{\mathrm{F}}^b(\xi,\omega) = 0 \qquad (۲۰)$$

یا

$$\xi \begin{bmatrix} D^0_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D^0_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D^0_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix}_{,\xi\xi} + \begin{bmatrix} D^2_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D^2_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D^2_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix}_{,\xi} + \omega^2 \xi \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix} + \xi \begin{Bmatrix} \hat{F}^b_1 \\ \hat{F}^b_2 \\ \vdots \\ \hat{F}^b_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (۲۱)$$

ماتریس‌ها و بردارهای ضرایب موجود در رابطه اخیر از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\mathrm{D}^0 = \int_{-1}^{+1} \mathrm{B}^{1^T} \mathrm{D} \mathrm{B}^1 |\mathrm{J}| \, d\eta \qquad (۲۲)$$

$$\mathrm{D}^1 = \int_{-1}^{+1} \mathrm{B}^{1^T}_{,\eta} \mathrm{D} \mathrm{B}^2 |\mathrm{J}| \, d\eta \qquad (۲۳)$$

$$\mathrm{F}^b = \int_{-1}^{+1} \mathrm{N}^T f^b |\mathrm{J}| \, d\eta \qquad (۲۴)$$

$$\mathrm{M} = \int_{-1}^{+1} \mathrm{N}^T \rho \mathrm{N} |\mathrm{J}| \, d\eta \qquad (۲۵)$$

که در رابطه‌های فوق، δ_{ij} دلتای کرونیکر می‌باشد و $\hat{\mathrm{F}}^b$ بردار نیروهای حجمی گرهی در نقاط کنترل روی مرزها در فرکانس ω می‌باشد.

همان‌گونه که دیده می‌شود معادله حاکم بر هر درجه آزادی در امتداد محور شعاعی که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم از نوع بسل غیرهمگن است، به صورت مجزا از سایر درجات آزادی به دست می‌آید. پاسخ این معادله دیفرانسیل برای هر درجه آزادی با استفاده از رابطه تحلیلی زیر به دست می‌آید:

$$\hat{u}_i = A_i \xi^{\left(\frac{1-a_i}{2}\right)} J_{\left(\frac{a_i-1}{2}\right)}(\lambda_i \xi) + B_i \xi^{\left(\frac{1-a_i}{2}\right)} Y_{\left(\frac{a_i-1}{2}\right)}(\lambda_i \xi) - \frac{1}{\omega^2 M_{ii}} \hat{F}_i^b \qquad (۲۶)$$

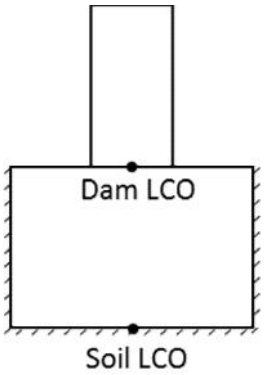
که در این رابطه A و B ضرایب ثابتی هستند که با اعمال صحیح شرایط مرزی برای هر درجه آزادی در راستای محور شعاعی به دست می‌آیند و ضرایب λ_i و a_i از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\lambda_i^2 = \frac{\omega^2 M_{ii}}{D_{ii}^0} \tag{۲۷}$$

$$a_i = \frac{D_{ii}^1}{D_{ii}^0} \tag{۲۸}$$

نحوه حل معادله حاکم بر مسئله اندرکنش سد و فونداسیون محدود

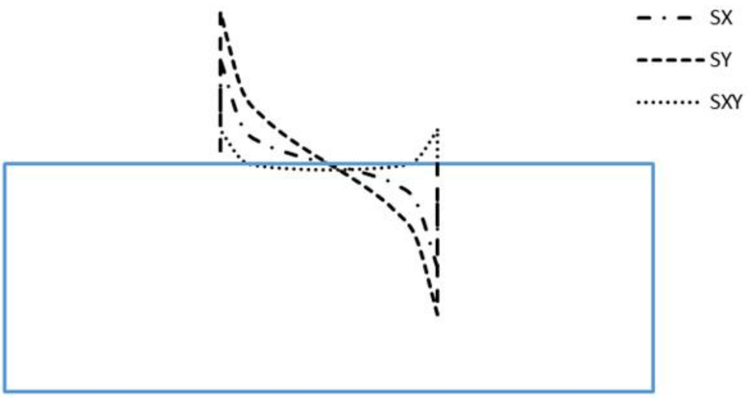
همان‌گونه که در بالا اشاره شد، برای حل معادله حاکم بر مسوله اندرکنش خاک و فونداسیون محدود، باید هر یک از دو محیط مورد تحلیل قرار گرفته و با اعمال شرایط مرزی، حل کلی معادله در راستای شعاعی انجام پذیرد. مرزهای مربوط به اعمال شرایط مرزی نیز به دو دسته تقسیم شدند: ۱) مرزهایی که روی مرز اندرکنش قرار گرفته باشند و ۲) مرزهای غیر واقع بر روی مرز اندرکنش. بنابراین برای حل مسئله از دو نقطه مرجع استفاده نمود (شکل ۳).



شکل ۳: در نظر گرفتن دو نقطه مرجع برای حل مسئله اندرکنش خاک و سازه

نحوه حل مسئله بدین صورت است که ابتدا محیط خاک تحت اثر یک توزیع ترکشن اولیه تحلیل می‌شود. انتخاب مناسب این توزیع ترکشن اولیه، در رسیدن سریع به جواب مسئله بسیار مهم می‌باشد. بنابراین برای حل این مسئله از توزیع ترکشن به دست آمده از روش اجزای محدود استفاده شده است. در شکل (۴) توزیع تنش به دست آمده از روش اجزای محدود برای مسئله مرجع در مرز اندرکنش و برای فرکانس 1 Hz نمایش داده شده است.

تحت اثر این توزیع ترکشن، محیط خاک با استفاده از روش معادلات مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد. نحوه حل ارائه شده توسط روش معادلات مجزا در این مقاله در سه مرحله صورت می‌پذیرد. بدین صورت است که در مرحله اول تنها گره‌هایی از محیط که تحت بارگذاری قرار گرفته‌اند تحلیل می‌شوند و با اعمال شرایط مرزی جابه‌جایی برابر صفر در LCO (ξ Z 0) و ترکشنی برابر با مقدار ترکشن موجود روی مرز (ξ Z 1)، ضرایب انتگرال‌گیری A و B رابطه (۲۶) محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب مرحله اول حل به اتمام رسیده است. برای انجام مرحله دوم تحلیل باید از مفهومی به نام بازتویع استفاده نمود. بدین صورت که مقدار ترکشن موجود در نقطه مرجع (T_{LCO}) از جمع ترکشن تمامی گره‌ها در LCO محاسبه و سهم ترکشن هر گره از بارگذاری خارجی با استفاده از رابطه (۳۰) مشخص می‌گردد:



شکل ۴: توزیع تنش به دست آمده از روش اجزای محدود در مرز اندرکنش در فرکانس 1 Hz

$$T_{LCO} = \sum_{i=1}^{n} T_{LCOi} \qquad (۲۹)$$

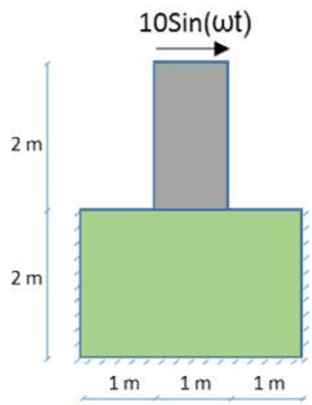
$$T_{LCOi} = \frac{D_{ii}^{0}}{\sum_{j=1}^{n} D_{jj}^{0}} T_{LCO} \qquad (۳۰)$$

در مرحله دوم حل، بار دیگر باید مسئله را مطابق روند توضیح داده شده در بالا حل نمود. با این تفاوت که این بار حل مسئله برای تمامی گره‌ها تحت اثر نیروی حجمی محاسبه شده بر اساس ترکشن بازپخش شده انجام می‌پذیرد. مطابق روند ارائه شده در بالا مقدار ثابت‌های انتگرال-گیری A و B محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب گام دوم حل نیز به اتمام رسیده است. در پایان این مرحله پاسخ محیط خاک با در نظر گرفتن سهم تمامی گره‌ها پس از انجام بازتوزیع تعیین شده است. اما در این مرحله اثرات مربوط به صفر بودن جابه‌جایی مرزهای کناری و پایینی در حل مسئله لحاظ نشده است. برای این منظور، برای بار دوم از مفهوم بازتوزیع استفاده نموده و مقدار جابه‌جایی‌های به دست آمده روی مرز اندرکنش را تعیین می‌نماییم. بدین ترتیب محیط خاک به صورت کامل تحلیل گردیده و از نتایج به دست آمده روی مرز اندرکنش به عنوان شرایط مرزی محیط سازه استفاده می‌نماییم.

تحلیل محیط سازه دقیقاً مشابه موارد ذکر شده برای حل محیط خاک می‌باشد. با این تفاوت که حل محیط سازه در دو مرحله و با انجام یک بار بازتوزیع صورت می‌پذیرد و شرایط مرزی اعمال شده برای این محیط به ترتیب است که در مرز غیر اندرکنشی (ξ Z 1) از شرایط ترکشن (شرط مرزی نیومن) و در مرز اندرکنشی (ξ Z 0) از شرط جابه‌جایی برابر با نتایج به دست آمده از حل محیط خاک (شرط مرزی دیریکله) استفاده می‌نماییم.

مثال عددی

در تحقیق حاضر، یک مثال عددی در حالت دو بعدی برای تحلیل دینامیکی اندرکنش سد و فونداسیون در نظر گرفته شده است. بدین صورت که عمق فونداسیون و ارتفاع سد ۲ برابر عرض سد در نظر گرفته شده است و عرض فونداسیون نیز ۳ برابر عرض سد در نظر گرفته شده است (شکل (۵)).



شکل ۵: هندسه و بارگذاری مسئله مرجع مورد بررسی در این تحقیق

مصالح مورد استفاده در محیط خاک و سد دارای خصوصیاتی مشابه موارد ذکر شده در جدول (۱) می‌باشد.

جدول ۱: مشخصات مصالح مورد استفاده در مسئله مرجع

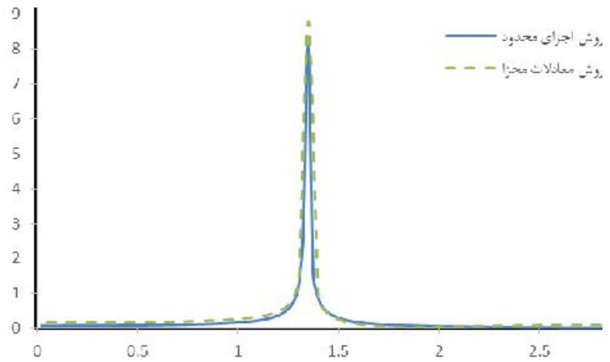
	E	°	¬
مشخصات فیزیکی محیط خاک	$3\times10^{6}\ \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{m}^{2}}$	$2000\ \frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m}^{3}}$	0.2
مشخصات فیزیکی محیط سازه	$3\times10^{7}\ \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{m}^{2}}$	$2500\ \frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m}^{3}}$	0.3

در حل مسئله، نقطه مرجع محیط خاک و سازه در پایین آن‌ها در نظر گرفته شده و از المان‌های سه گرهی برای گسسته‌سازی مرزها استفاده شده است. بدین ترتیب که برای گسسته‌سازی محیط خاک از ۷ المان و برای گسسته‌سازی محیط سازه از سه المان استفاده شده است. شکل (۶) آرایش شماتیک المان‌ها و محل قرارگیری LCO را نشان می‌دهد.

(ب) (الف)

شکل ۶: محل قرارگیری نقطه مرجع و گسسته‌سازی مرز مسئله در: الف)محیط خاک؛ ب) محیط سازه

خروجی برنامه کامپیوتری تدوین شده از حل مثال مذکور در شکل زیر نمایش داده شده است. در این نمودار جابه‌جایی افقی تاج سد در برابر فرکانس بارگذاری رسم شده است و نتایج به دست آمده با نتایج به دست آمده با روش اجزای محدود مقایسه شده است (شکل (۷)).



شکل ۷: مقایسه نتایج به دست آمده از حل مسئله مرجع با استفاده از روش معادلات مجزا و روش اجزای محدود

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به منظور تحلیل دینامیکی مسئله اندرکنش سد و فونداسیون از یک روش نیمه تحلیلی به نام روش معادلات مجزا استفاده شده است. در این روش معادله حاکم بر مسئله به علت قطری شدن ماتریس ضرایب، به صورت غیر درگیر در می‌آید. با در نظر گرفتن این امر و این موضوع که حل مسئله در روش معادلات مجزا در فضایی با یک بعد کمتر از فضای اصلی مسئله صورت می‌پذیرد، حجم محاسبات مورد نیاز در این روش بسیار کمتر از سایر روش‌های موجود خواهد بود. بر اساس مطالعه انجام شده، برای حل مسئله اندرکنش سد و فونداسیون باید از دو نقطه مرجع استفاده نمود. بدین صورت که این نقطه در هر یک از محیط‌های خاک و سازه باید روی مرز پایینی قرار گرفته و با اعمال شرط تعادل و سازگاری تغییرشکل‌ها، ارتباط بین دو محیط را برقرار نمود. در این تحقیق برای بررسی میزان دقت و صحت روش حل ارائه شده از یک مسئله مرجع استفاده گردید. بدین صورت که یک سازه با فونداسیون محدود مورد بررسی قرار گزفته و نتایج به دست آمده از این روش با نتایج به دست آمده از روش اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه‌ی انجام شده، نشان‌دهنده دقت بالا و صحت نتایج به دست آمده از روش معادلات مجزا می‌باشد.

مراجع

خداکرمی م ا (۱۳۹۰) یک روش المان مرزی- محدود مقیاس‌شده دارای ماتریس‌های ضرایب قطری برای حل مسائل الاستودینامیک، رساله دوره دکتری مهندسی عمران-زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

Chopra AK and Gupta S (1982) Hydrodynamic and Foundation Interaction Effects in Frequency Response Functions for Concrete Gravity Dams, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 10(1): pp. 89-106

Domínguez J and Medina F (1989) Boundary Elements for the Analysis of the Seismic Response of Dams Including Dam-Water-Foundation Interaction Effects, II. Engineering Analysis with Boundary Elements, 6(3): 158-163

Khaji N and Khodakarami MI (2012) A semi-analytical method with a system of decoupled ordinary differential equations for three-dimensional elastostatic problems, International Journal of Solids and Structures, 49(18): 2528-2546

Khaji N and Khodakarami MI (2011) A New Semi-Analytical Method with Diagonal Coefficient Matrices for Potential Problems, Engineering Analysis with Boundary Elements, 35(6): 845-854

Khaji N and Mirzajani M (2013) Frequency Domain Analysis of Elastic Bounded Domains Using a New Semi-Analytical Method, Acta Mechanica, 224(7): 1555-1570

Khodakarami MI and Khaji N (2011) Analysis of Elastostatic Problems Using a Semi-Analytical Method with Diagonal Coefficient Matrices, Engineering Analysis with Boundary Elements, 35(12): 1288-1296

Khodakarami MI and Khaji N (2014) Wave Propagation in Semi-Infinite Media with Topographical Irregularities Using Decoupled Equations Method, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 65, pp 102-112

Khodakarami MI, Khaji N and Ahmadi MT (2012) Modeling Transient Elastodynamic Problems Using a Novel Semi-Analytical Method Yielding Decoupled Partial Differential Equations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 213-216: pp. 183-195

Lofti V, Roesset JM and Tassoulas JL (1987) A Technique for the Analysis of the Response of Dams to Earthquakes, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 15(4): 463-490

Medina F and Domínguez J (1989) Boundary Elements for the Analysis of the Seismic Response of Dams Including Dam-Water-Foundation Interaction Effects. I. Engineering Analysis with Boundary Elements, 6(3): 152-157

Yazdchi M, Khalili N and Valliappan S (1999) Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis via Coupled Finite-Element-Boundary-Element Method, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 18: pp 499-517