

بررسی کارایی یک پیشنهاد متعارف انتخاب اندازه گام زمانی در تحلیل تاریخچه زمانی ساختمان‌های میان مرتبه

سعید امیری

دانشجوی کارشناسی ارشد، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران
s.amiri@iiees.ac.ir

علی بیانی

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه پویندگان دانش، چالوس، ایران
ariancivil@yahoo.com

آرام سروشیان

عضو هیأت علمی، پژوهشکده مهندسی سازه، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران
a.soroushian@iiees.ac.ir

کلید واژه‌ها: تحلیل لرزه‌ای، انتگرال‌گیری گام به گام، اندازه گام زمانی، دقت، رفتار خطی

چکیده

انتگرال‌گیری گام به گام عملاً توانمندترین روش حل معادلات نیم گسسته حرکت است. اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری بر دقت پاسخ‌ها و هزینه محاسباتی تأثیرگذار است؛ بطوریکه در تحلیل‌های خطی با کاهش اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری، دقت پاسخ‌ها و هزینه محاسباتی هر دو افزایش می‌یابند. در نتیجه، انتخاب مناسب اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری برای دستیابی به دقت مطلوب و هزینه محاسباتی نسبتاً پایین ضروری است. در این مقاله، با ارائه شواهدی عددی نشان داده شده است که پیشنهاد متعارف ادبیات فنی در مورد انتخاب اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری در تحلیل‌های خطی، لزوماً منجر به خطاهایی مشخص و کوچک نمی‌شود، و با توجه به مواردی نظیر نوع سیستم سازه‌ای، هندسه سازه، تحریک ورودی، و پاسخ مورد بررسی، خطاهای پاسخ‌ها متفاوت هستند. در سازگاری با ادبیات فنی، مشاهدات مختصراً تفسیر شده، تعمیم داده شده‌اند.

مقدمه

برای مطالعه رفتارهای لرزه‌ای سیستم‌های سازه‌ای، پس از تعریف مدل‌های ریاضی، و گسسته‌سازی آنها در فضا، حل مسائل مقدار اولیه حاصله در زمان معمول است، نمونه کلی این مسائل مقدار اولیه به صورت زیر است (Henrych 1990) (Argyris and Mlejnek 1991) (Belytschko et al., 2000):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}_{\text{int}} = \mathbf{f}(t), \quad 0 \leq t \leq t_{\text{end}}$$

$$\text{شرایط اولیه} : \begin{cases} \mathbf{u}(t_0) = \mathbf{u}_0 \\ \dot{\mathbf{u}}(t_0) = \dot{\mathbf{u}}_0 \\ \mathbf{f}_{\text{int}}(t_0) = \mathbf{f}_{\text{int}_0} \end{cases}, \quad (1)$$

Q: فیود

در معادله (1)، t و t_{end} بیانگر زمان و مدت زمان مورد مطالعه رفتار دینامیکی، \mathbf{M} ماتریس جرم، \mathbf{f}_{int} و \mathbf{f} ، معرف بردارهای نیروهای داخلی و تحریک خارجی، \mathbf{u} و $\dot{\mathbf{u}}$ به معنی بردارهای جابجایی، سرعت، و شتاب، \mathbf{u}_0 ، $\dot{\mathbf{u}}_0$ و $\mathbf{f}_{\text{int}_0}$ ، مؤید شرایط اولیه مدل ریاضی، زیرنویس 0



در سمت راست یک متغیر نشان دهنده مقدار آن متغیر، در لحظه آغاز تحلیل، (یعنی در زمان t_0)، و Q نماینده برخی شرایط غیرخطی مانند رفتار الاستوپلاستیک، و اصطکاک است (Hughes et al., 1979) و (Wriggers 2002).



شکل ۱: نمونه‌ای از موقعیت ایستگاه‌ها و گام‌های زمانی در یک تحلیل انتگرال‌گیری مستقیم دلخواه (سروشیان ۱۳۸۸)

توانمندترین روش حل معادله (۱)، انتگرال‌گیری گام به گام مستقیم است. در حل معادله (۱) به روش انتگرال‌گیری مستقیم گام به گام، با شروع از شرایط اولیه، و مشخص بودن گام‌های زمانی، محل ایستگاه‌های زمانی (مطابق شکل (۱)) و نیروی خارجی $f(t)$ ، پاسخ سیستم سازه‌ای در برابر تحریک خارجی در لحظات t_1 و t_2 و ... به ترتیب تعیین می‌شود (Beytschko et al., 1983). پاسخ‌های حاصل از روش‌های انتگرال‌گیری تقریبی است (Chopra 1995 و Gupta 1992). برای قابلیت کنترل دقت پاسخ‌ها، اصلی‌ترین ویژگی لازم همگرایی است که به صورت زیر تعریف می‌شود (Strikwerda 1989 و Henrici 1962):

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \epsilon \in N \epsilon_e \quad (2)$$

در رابطه فوق، v پاسخ دلخواه شامل u ، \dot{u} ، و یا هر ترکیب دلخواه آنهاست، e ، به عنوان زیرنویس سمت راست، بیانگر دقیق بودن مقدار متغیر است، و Δt کمیتی است که اندازه گام‌های زمانی و یا به عبارتی فاصله زمانی هر دو ایستگاه زمانی متوالی را کنترل می‌نماید (به شکل (۱) توجه شود). (در حالت استفاده از گام‌های زمانی با اندازه برابر، Δt به معنای اندازه ثابت گام‌های زمانی است). اندازه گام زمانی به عنوان یک پارامتر مهم در کنترل دقت پاسخ‌ها و هزینه محاسباتی نقش دارد، به طوری که با انتخاب مناسب این پارامتر، ضمن دستیابی به دقت مناسب، می‌توان از افزایش بی‌مورد هزینه محاسباتی پرهیز نمود (Chopra 1995 و Clough and Penzien (1993)). در این رابطه، متعارف‌ترین پیشنهادها موجود برای انتخاب اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری مناسب برای تحلیل‌های خطی عبارت است از بزرگترین مقدار Δt که روابط (۳) و (۴) (Clough and Penzien (1993)، Bathe 1996، و Soroushian 2008) را برقرار می‌کند.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \min \left(h_s, \frac{T}{10}, \frac{1}{f} \Delta t \right) \quad (3)$$

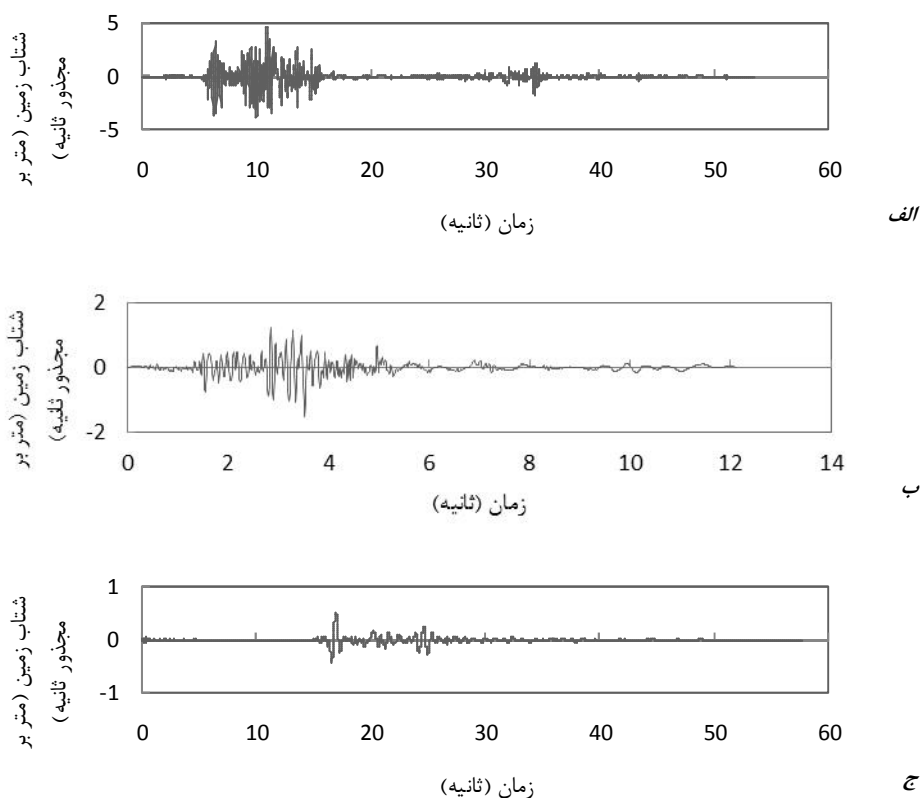
$$f \Delta t \leq N m \Delta t, \quad m \in Z^+ \quad (4)$$

را ارضا نماید. در رابطه (۳)، h_s بزرگترین اندازه گام زمانی است که پایداری عددی را در تحلیل‌های خطی تأمین می‌کند (Clough and Penzien (1993) و Belytschko and Hughes (1983)). T بیانگر اندازه کوچکترین دوره تناوب حائز اهمیت در پاسخ سازه است، $\frac{T}{10}$ معیارهای پیشنهاد شده برای دستیابی به دقت قابل قبول انتگرال‌گیری است (McNamara 1974، Clough and Penzien (1993)). $f \Delta t$ و $N m \Delta t$ (Soroushian 2008 و Bathe 1996) اندازه گام زمانی مشخص و ثابتی است که $f(t)$ بر اساس آن ثبت شده است (Soroushian 2008). برای محاسبه کوچک‌ترین دوره تناوب حائز اهمیت در پاسخ سازه، T معمول است که یک تحلیل اولیه انجام شود، و مقدار T با توجه به پاسخ بدست آمده به طور تقریبی تعیین شود (Clough and Penzien (1993)). در این مقاله، برای نیل به نتایجی حتی الامکان دقیق و قابل اعتماد کوچک‌ترین دوره تناوب حائز اهمیت در پاسخ سازه برابر با نصف متوسط دوره‌های تناوب غیر قابل صرفنظر در پاسخ فرض شده است. در ادامه، با انتخاب و تحلیل رفتار خطی ده ساختمان مسکونی در برابر چندین زلزله مختلف با کمک روش شتاب متوسط نیومارک (Newmark 1959)، کارایی روابط (۳) و (۴) بررسی شده است. سپس، نتایج عددی مختصراً تفسیر شده اند، و در بخش پایانی، نتایج مطالعه انجام شده جمع بندی شده است.

مطالعه عددی

در این بخش، پنج ساختمان منظم فولادی مسکونی پنج طبقه و پنج ساختمان منظم فولادی مسکونی ده طبقه طراحی شده بر اساس استانداردهای ملی ایران (استاندارد ۲۸۰۰ (۱۳۸۵)، مبحث ششم مقررات ملی ساختمان ۱۳۸۸، مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ۱۳۸۸، و مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ۱۳۸۷)، انتخاب شده‌اند (سروشیان ۱۳۷۴، سبزه‌ای ۱۳۹۱). سپس طی تحلیل خطی متعارف این ساختمان‌ها با استفاده از روش شتاب متوسط و گام‌های حاصل از روابط (۳) و (۴)، تحت سه شتاب نگاشت (به شکل (۲) توجه شود)، کارایی این روابط، برای تأمین دقت مطلوب، ارزیابی شده است. مشخصات ساختمان‌ها به صورت ذیل است:

- ۱- کاربری ساختمان‌ها مسکونی است.
- ۲- ساختمان‌ها دارای دو محور متقارن مشابه در پلان هستند.
- ۳- تعداد دهانه‌ها ۵ و طول دهانه‌ها پنج متر است.



شکل ۲: شتاب نگاشت‌های در نظر گرفته شده: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم

۴- تفاوت ساختمان‌های با تعداد طبقات یکسان، در سیستم‌های سازه‌ای است؛ سیستم‌های سازه‌ای در نظر گرفته شده عبارتند از:

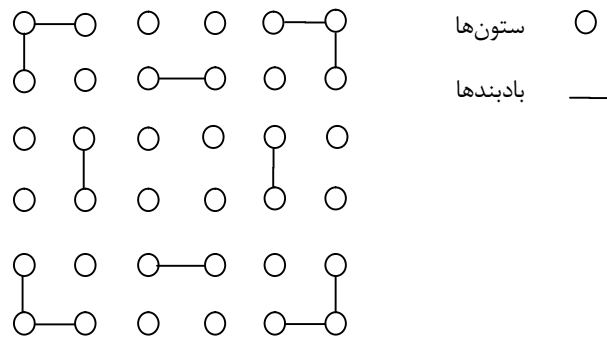
- الف قاب خمشی متوسط با بادبند
- ب قاب خمشی ویژه با بادبند
- ج قاب خمشی متوسط
- د قاب خمشی ویژه
- ه قاب ساده با بادبند

۵- با توجه به تقارن در پلان سازه‌ها، محل بادبندها در پلان، به صورت نشان داده شده در شکل (۳) در نظر گرفته شده است.

۶- تیپ بندی تیرها، ستون‌ها و بادبندها در هر طبقه به صورت مشخص انجام شده است: ۱- تیرهای میانی، ۲- تیرهای محیطی، ۳- ستونهای میانی، ۴- ستونهای کناری، ۵- ستونهای گوشه‌ای، ۶- بادبندهای محیطی، ۷- بادبندهای داخلی.

۷- تیپ بندی‌های اعضای سازه‌ای ساختمان‌های پنج و ده طبقه در ارتفاع به ترتیب به صورت (۱، ۲، ۲) و (۱، ۱، ۲، ۲، ۲) است (اعداد ذکر شده نشان‌دهنده تعداد طبقات با اعضای مشابه از پایین ساختمان هستند).



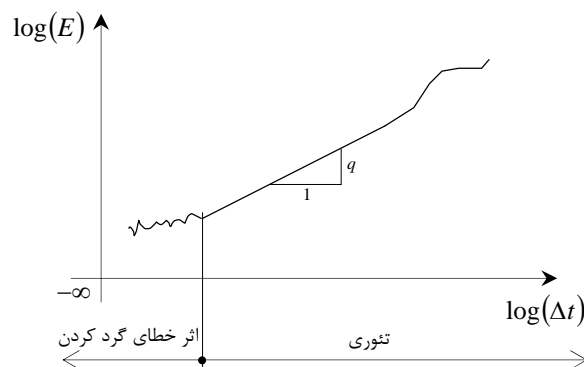


شکل ۳: جایگیری ستون‌ها و بادبندها در پلان‌های ساختمان‌ها (سروشیان ۱۳۷۴)

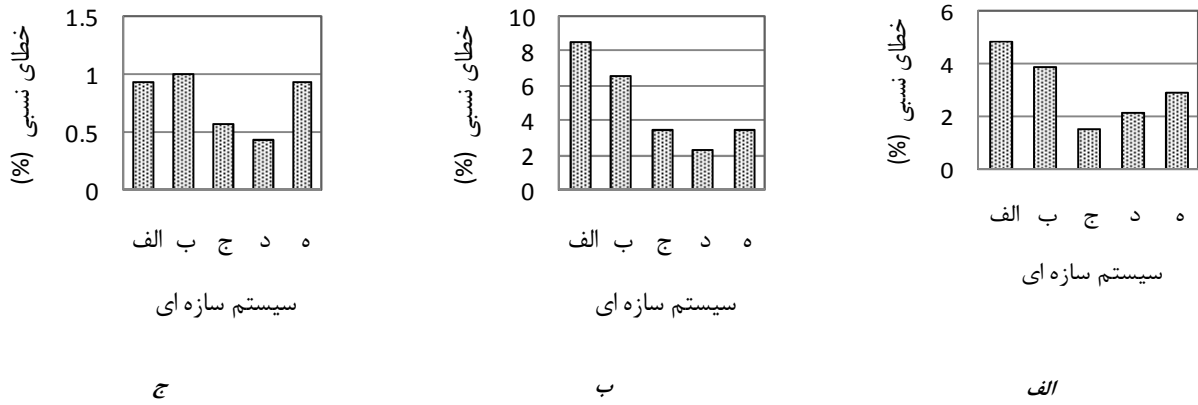
برای تحلیل دینامیکی، سازه ساختمان‌ها به صورت سه بعدی برشی (Chopra 1995 و Clough and Penzien (1993)) مدل شده‌اند، و با توجه به پاسخ‌های حائز اهمیت در طراحی‌های واقعی، پاسخ‌های در نظر گرفته شده عبارتند از: برش پایه، جابجایی وسط ارتفاع ساختمان، و شتاب بام. (در ساختمان‌های ده طبقه، جابجایی وسط ارتفاع از میانگین جابجایی‌های طبقات پنجم و ششم بدست آمده است.) در محاسبه خطاها از نرم بینهایت استفاده شده است (Horn and Johnson (1990)):

$$\mathbf{u}^e = \{u_i^e\}, \quad \mathbf{u}^a = \{u_i^a\}, \quad E_c N \frac{\text{Max}_i |u_i^e| > u_i^a}{\text{Max}_i |u_i^e|} \quad (5)$$

که، در آن، \mathbf{u}^e و \mathbf{u}^a به ترتیب بردارهای پاسخ‌های دقیق و تقریبی، u_i^e و u_i^a به ترتیب درایه i ام بردارهای \mathbf{u}^e و \mathbf{u}^a ، بیانگر قدر مطلق، و $E_c N$ به معنای خطای نسبی بر حسب نرم بینهایت است. با توجه به رابطه (۵)، برای محاسبه پاسخ دقیق، به تغییرات متعارف خطا در حالت خطی مانند نمونه نشان داده شده در شکل (۴) توجه شده است (q مرتبه همگرایی است) (سروشیان ۱۳۸۲)، و با چند بار کوچک کردن گام زمانی، پاسخ با دقت بسیار بالا حاصل آمده است. برای مطالعه عددی و اعمال انتگرال‌گیری مستقیم سه شتاب نگاشت‌های تک مؤلفه‌ای نشان داده شده در شکل (۲) به طور اتفاقی انتخاب شده‌اند. اشکال (۵) الی (۱۰) مقادیر خطای نسبی حاصل از مقایسه نتایج تحلیل خطی متعارف و نتایج تحلیل خطی دقیق را در ساختمان‌های پنج و ده طبقه نشان می‌دهند. با توجه به توضیح ذکر شده در بند ۴ مشخصات ساختمان‌ها، منظور از سیستم‌های الف تا در اشکال (۵) الی (۱۰)، نوع سیستم باربر جانبی است. در اشکال (۵) تا (۱۰) نشان داده شده است که در تحلیل دینامیکی خطی ساختمان‌های مسکونی فولادی منظم تحت شتاب نگاشت‌های مختلف زلزله، استفاده از پیشنهاد بیان شده طی روابط (۳) و (۴) (Clough and Penzien (1993), Bathe 1996, Soroushian 2008)، برای انتخاب اندازه گام زمانی انتگرال‌گیری، لزوماً منجر به خطای مشخصی نخواهد شد، و در ضمن در مقایسه این اشکال با یکدیگر، حساسیت دقت‌های پاسخ‌ها به سیستم سازه‌ای و پاسخ مورد مطالعه بیشتر از تعداد طبقات و نوع زلزله است.



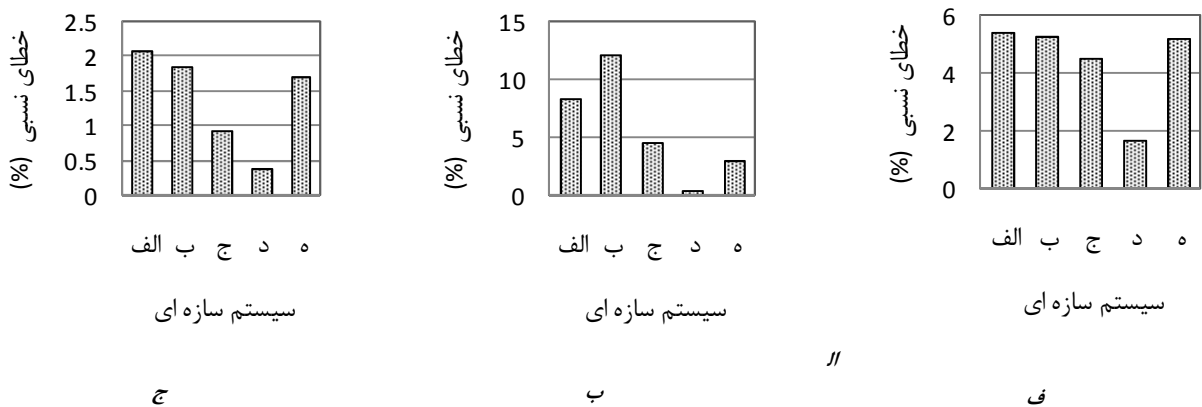
شکل ۴: نمونه‌ای از تغییرات خطا در تحلیل خطی با کمک انتگرال‌گیری مستقیم (سروشیان ۱۳۸۲)



شکل ۵: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در برش پایه برای ساختمان‌های پنج طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم

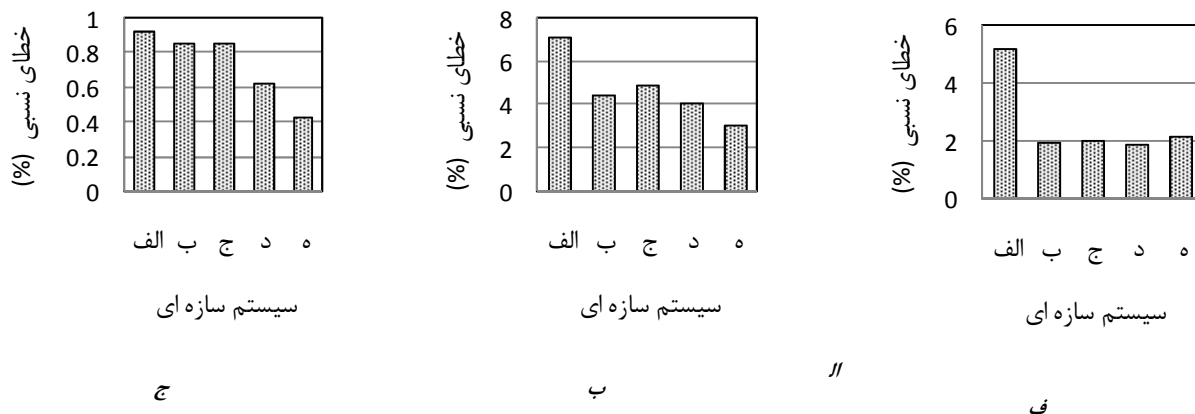


شکل ۶: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در جابجایی طبقه وسط برای ساختمان‌های پنج طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم

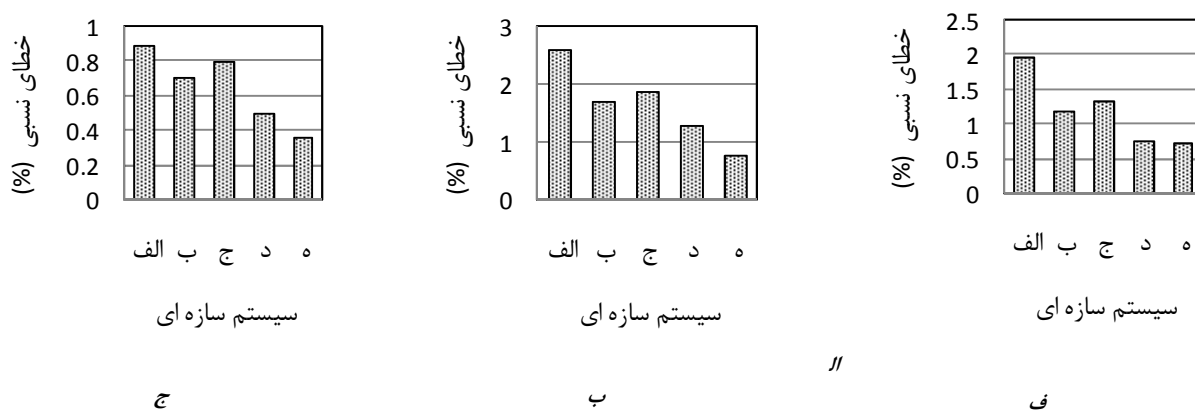


شکل ۷: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در شتاب بام برای ساختمان‌های پنج طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم

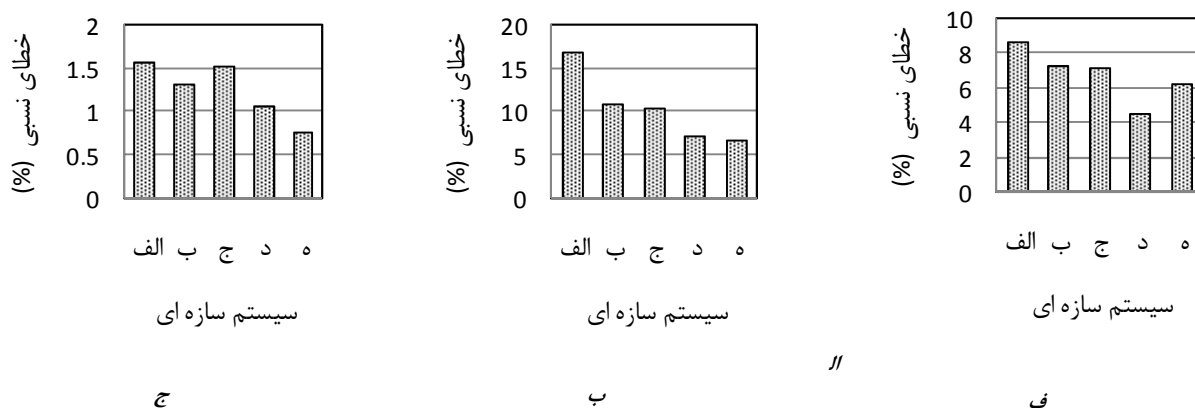




شکل ۸: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در برش پایه برای ساختمان‌های ده طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم



شکل ۹: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در جابجایی طبقه وسط برای ساختمان‌های ده طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم



شکل ۱۰: میزان خطای نسبی تحلیل خطی در شتاب بام برای ساختمان‌های ده طبقه: (الف) زلزله اول، (ب) زلزله دوم، (ج) زلزله سوم

تفسیر مشاهدات

علاوه بر ابهام موجود در تعریف T ، به خصوص در عبارت "حائز اهمیت"، نامشخص بودن دقت متناظر با پیشنهاد انجام شده، و همچنین، معضل در اختیار نداشتن مقدار دقیق T قبل از انجام تحلیل، علامت نامساوی به کار رفته در بین دو سمت رابطه (۳)، سبب می‌شود که، حتی اگر $\frac{T}{10}$ معیار مناسبی برای دقت محاسبات انتگرال گیری باشد، در بسیاری از موارد نتوان آنرا دقیقاً اعمال کرد (به نحوه تغییرات m در رابطه (۴) نیز توجه شود). این عدم اعمال دقیق، در کنار این واقعیت که ناحیه با شیب q در شکل (۴) عمدتاً به مسأله اولیه مورد بررسی بستگی دارد، می‌تواند،

حتی در صورت مناسب بودن معیار $\frac{T}{10}$ ، موجب نیل به پاسخ های دقیق تر و یا کم دقت تر از مقادیر مورد انتظار گردد. ضمناً، شایان ذکر است، که چون رفتار خطی را می توان حد پایین رفتار غیرخطی در بسیاری از انواع رفتار غیرخطی (مثلاً رفتار چندخطی مصالح) دانست، مشاهده انجام شده در این مقاله در سازگاری کامل با ادبیات فنی موجود است (به (Soroushian 2008) توجه شود).

نتیجه گیری

مطالعه گزارش شده در این مقاله نشان می دهد که استفاده از پیشنهاد متعارف موجود در ادبیات فنی برای انتخاب اندازه گام زمانی انتگرال گیری مورد استفاده در تحلیل های لرزه ای ساختمان های مسکونی فولادی: (۱) لزوماً به خطای کوچکی نمی انجامد (مثلاً به اشکال (۷ ب) و (۱۰ ب) رجوع شود)، (۲) در تحلیل یک ساختمان برای پاسخ های مختلف، و یا تحت زلزله های مختلف به نتایج مختلفی می انجامد، (۳) در تحلیل ساختمان های مختلف بسته به سیستم سازه ای و تعداد طبقات دارای تفاوت هایی در اندازه گام زمانی پیشنهادی است، (۴) در حدود مطالعه انجام شده، حساسیت به سیستم سازه ای و پاسخ مورد مطالعه بیش از تعداد طبقات و زلزله است. در نتیجه، با توجه به طبیعت منفی مشاهدات فوق، می توان برای حالت کلی تحلیل های لرزه ای، موارد ذیل را صحیح دانست:

- (۱) پیشنهاد متعارف موجود برای انتخاب اندازه گام زمانی انتگرال گیری خطی (بیان شده طی روابط (۳) و (۴)) از نظر دقت پاسخ ها قابل اعتماد نیست، و انجام مطالعه ای جامع به منظور جایگزین کردن روابط (۳) و (۴) لازم است، و
- (۲) تا زمان تحقق مورد قبل، مبادرت به کنترل دقت، مثلاً با استفاده از روش متعارف مقایسه پاسخ ها با پاسخ های حاصل از تحلیل با گام های نصف (Clough and Penzien (1993))، قویاً توصیه می گردد.

مراجع

سبزه ای ا (۱۳۹۱) بررسی کارایی یک روش جدید کاهش هزینه محاسباتی تحلیل های لرزه ای در مورد ساختمان های متعارف، پایان نامه کارشناسی ارشد، پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

سروشیان ا (۱۳۷۴) بهینه سازی هندسه و سیستم سازه های مجتمع های مسکونی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

سروشیان ا (۱۳۸۲) بهینه سازی هندسه و سیستم سازه های مجتمع های مسکونی، پایان نامه دکتری، دانشگاه تهران، تهران، ایران

مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن. (ویرایش سوم، ۱۳۸۵). آیین نامه طراحی ساختمان ها در برابر زلزله (استاندارد ۲۸۰۰)، تهران

مقررات ملی ساختمان ایران (۱۳۸۷) مبحث دهم: طرح و اجرای ساختمان های فولادی، تهران

مقررات ملی ساختمان ایران (۱۳۸۸) مبحث ششم: بارهای وارد بر ساختمان، تهران

مقررات ملی ساختمان ایران (۱۳۸۸) مبحث نهم: طرح و اجرای ساختمان های بتنی، تهران

Argyris J and Mlejnek JP (1991) *Dynamics of Structures.*, Elsevier, Amsterdam

Bathe KJ (1996) *Finite Element Procedures.*, Prentice-Hall, USA

Belytschko T and Hughes T (1983) *Computational Methods for Transient Analysis.*, Elsevier, The Netherlands

Belytschko T, Liu WK and Moran B (2000) *Non-linear Finite Elements for Continua and Structures.*, Wiley-Intersciences, New York

Chopra AK (1995) *Dynamics of Structures: Theory and Application to Earthquake Engineering.*, Prentice-Hall, USA

Clough RW and Penzien J (1993) *Dynamics of Structures.*, McGraw-Hill, Singapore

Gupta AK (1992) *Response Spectrum Method: In Seismic Analysis and Design of Structures.*, CRC Press, Boca Raton, FL

Henrici P (1962) *Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations.*, Prentice-Hall, USA



- Henrych J (1990) Finite Models and Methods of Dynamics in Structures., Elsevier, Amsterdam
- Horn R A and Johnson CR (1990) Matrix Analysis., Cambridge University Press, England
- Hughes TJR, Pister KS and Taylor RL (1979) Implicit-Explicit Finite Elements in Nonlinear Transient Analysis, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 17/18(1), 159-182
- McNamara JF (1974) Solution Schemes for Problems of Nonlinear Structural Dynamics, *Journal of Pressure Vessels Technology, ASME*, 96, 149-155
- Newmark NM (1959) A Method of Computation for Structural Dynamics, *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85, 67–94
- Schafer M (2006) Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods., Springer-Verlag, USA
- Soroushian A (2008) A Technique for Time Integration with Steps Larger than the Excitation Steps, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, 2087-2111
- Soroushian A (2012) On the Adequacy of Integration Step Sizes Recommended for Nonlinear Time Integration, in the *Proceedings of the 5th International Conference from Scientific Computing to Computational Engineering (5th IC-SCCE)*, Athens, Greece, July 4-7
- Soroushian A, Wriggers P and Farjoodi J (2013) Practical Integration of Semidiscretized Nonlinear Equations of Motion: Proper Convergence for Systems with Piecewise Linear Behavior, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 139(2), 114–145
- Strikwerda JC (1989) Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations., Wadsworth & Books/Cole, USA
- Wriggers P (2002) Computational Contact Mechanics., Wiley, USA

