مقایسهٔ روش کنترل PID و LQR برای کنترل ارتعاش فعال سازه‌ها

محمد بوجاری
دانشجوی دکتری، پژوهشکده سازه، پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران
m.boujary@iiees.ac.ir

آران ناصرپور
دانشجوی کارشناسی ارشد، پژوهشکده سازه، پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران
aran.naserpour@gmail.com

چکیده

الگوریتم کنترل PID[۱] بصورت گسترده‌ای در صنایع استفاده می‌شود. روش کنترل بهینهٔ LQR[۲] الگوریتم کنترل رایج دیگری است که در سیستم‌های کنترلی اساساً به منظور سهولت نسبی در اجرا استفاده می‌شود. در این مقاله از استراتژی کنترل PID و LQR برای کاهش ارتعاش یک سیستم سه درجه آزادی به همراه میراگر جرمی تنظیم‌شدهٔ فعال[۳] تحت تحریک پایه استفاده شده است. میراگر جرمی تنظیم‌شده یک وسیلهٔ کاهش ارتعاش ساده و قابل اجرا در علوم مهندسی است که مفاهیم آن در قرن اخیر تدوین شده است. میراگر جرمی تنظیم‌شدهٔ فعال، مکانیزم کنترل فعال سیستم رایج میراگر جرمی است که سبب بهبود کارایی و حساسیت آن می‌گردد.

عملکرد سیستم‌های کنترلی استفاده شده در مطالعهٔ اخیر با مدل‌سازی عددی در نرم‌افزار متلب[۴]، مقایسه شده است. نتایج مشاهده شده مبین مزایا و معایب این الگوریتم‌های کنترلی در قیاس با یکدیگر می‌باشد.

کلید واژه‌ها: *کنترل فعال، الگوریتم PID، الگوریتم LQR، میراگر جرمی تنظیم‌شده*

فرمول‌بندی سیستم کنترل شده

سیستم سازه‌ای

سیستم n درجه آزادی زیر را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{c}\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{k}\mathbf{x}(t)=-\mathbf{m}\mathbf{r}\ddot{x}_g(t)+\mathbf{p}u_T(t) \quad (۱)$$

که در آن u_T نیروی کنترل تولید شده توسط TMD، $\mathbf{r}$ بردار $N-$بعدی موقعیت (که برای حالت کلاسیک زیر همهٔ درایه‌های آن یک است)، $\mathbf{p}$ بردار $N-$بعدی موقعیت نیروی کنترل که مؤلفهٔ j ام آن یک و سایر مؤلفه‌های آن صفر است (TMD در طبقهٔ j ام قرار دارد.) و دیگر پارامترها به صورت زیر هستند:

$$\mathbf{c}=\mathbf{m}\left(\sum_{n=1}^{l}\frac{2\xi_n\omega_n}{M_n}\phi_n\phi_n^T\right)\mathbf{m} \quad (۲)$$

در معادلهٔ ۲، l تعداد مدهایی است که نسبت میرایی آنها مشخص می‌باشد (Chopra, 2007 and Clough and Penzien, 2003). حال اگر فرض کنیم بیشترین سهم ارتعاش طبقهٔ j ام که TMD در آن قرار گرفته است ناشی از مد i ام باشد پس منطقی است که باید کنترل نسبت به مد i ام تنظیم شود. حال اگر فرض کنیم $\mathbf{x}(t)=\sum_{n=1}^{N}\mathbf{x}_n(t)=\sum_{n=1}^{N}\phi_n q_n(t)$ [۱]، خواهیم داشت:

---

1. Proportion-Integral-Derivative (PID)
2. Linear Quadratic Regulator
3. Active Tuned Mass Damper
4. MATLAB/SIMULINK

$$M_i\ddot{q}_i(t)+C_i\dot{q}_i(t)+K_iq_i(t)=-L_i\ddot{x}_g(t)+\phi_{ji}u_T(t)\Rightarrow$$
$$\ddot{q}_i(t)+2\xi_i\mu_i\dot{q}_i(t)+\mu_i^2q_i(t)=-\Gamma_i d(t)+\Omega_i u_T(t) \qquad (۳)$$

که‌در معادلهٔ فوق $d(t)=\ddot{x}_g(t)$، $L_i=\phi_i^T\mathbf{mr}$، ϕ_{ji}مقدار ضریب جابجایی‌در طبقهٔ j ناشی از مد i، $\Gamma_i=\dfrac{L_i}{M_i}$ و $\Omega_i=\dfrac{\phi_{ji}}{M_i}$ می‌باشند.

پس از گرفتن تبدیل لاپلاس از معادلهٔ فوق خواهیم داشت:

$$\left[s^2+2\xi_i\mu_i s+\mu_i^2\right]Q_i(s)=-\Gamma_iD(s)+\Omega_iU(s)\quad \therefore D(s)=\mathcal{L}\{\ddot{x}_g\}\Rightarrow$$
$$Q_i(s)=\left[-\Gamma_iD(s)+\Omega_iU(s)\right]G_{p_i}(s)\quad \therefore G_{p_i}(s)=\frac{1}{s^2+2\xi_i\mu_i s+\mu_i^2} \qquad (۴)$$

میراگر جرمی تنظیم‌شده

فرض کنید یک TMD به جرم، میرایی و سختی m_T,c_T,k_T به درجهٔ آزادی iام متصل شده باشد. مدل سازه به همراه TMD اتصالی را می‌توان به صورت یک سازهٔ $n+1$ درجهٔ آزادی در نظر گرفت که معادلهٔ حرکت آن به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{X}}}(t)+\bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{\mathbf{X}}}(t)+\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{X}}(t)=-\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{r}}\ddot{x}_g(t)+\mathbf{L}\left[c_T\dot{x}_T(t)\right] \qquad (۵)$$

که در این معادله $\mathbf{L}$ بردار موقعیت $n+1$ بعدی مرتبط به نیروهای کنترل است که مؤلفهٔ iام آن ۱، مؤلفهٔ $n+1$ام آن ‎-۱ و بقیهٔ مؤلفه‌های آن صفر است، $x_T=X_T-X_i$ تغییرمکان نسبی TMD نسبت به iامین درجهٔ آزادی سیستم است، $\bar{\mathbf{X}}(t)=\{\mathbf{X}(t),x_T(t)\}^T$ بردار تغییرمکان‌های $n+1$ بعدی، $\bar{r}$ بردار $n+1$ بعدی که تمام مقادیر آن جز $n+1$ (TMD) ۱ است و درایهٔ $n+1$ آن صفر است. $\bar{\mathbf{M}},\bar{\mathbf{C}},\bar{\mathbf{K}}$ نیز به ترتیب ماتریس‌های $(n+1)\times(n+1)$ بعدی جرم، میرایی و سختی سازه مجهز شده به TMD به صورت زیر هستند:

$$\bar{\mathbf{M}}=\begin{array}{c@{}c}\left[\begin{array}{cccccc} & & & & & 0\\ & & & & & \vdots\\ & & \mathbf{M}_{n\times n} & & & 0\\ & & & & & \vdots\\ & & & & & 0\\ 0 & \cdots & m_T & \cdots & 0 & m_T\end{array}\right] & \begin{array}{c}1\\ \vdots\\ i\\ \vdots\\ n\\ n+1\end{array}\\ \begin{array}{cccccc}1 & \cdots & i & \cdots & n & n+1\end{array} & \end{array} \qquad (۶\text{-الف})$$

$$\bar{\mathbf{C}}=\begin{array}{c@{}c}\left[\begin{array}{cccccc} & & & & & 0\\ & & & & & \vdots\\ & & \mathbf{C}_{n\times n} & & & 0\\ & & & & & \vdots\\ & & & & & 0\\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0\end{array}\right] & \begin{array}{c}1\\ \vdots\\ i\\ \vdots\\ n\\ n+1\end{array}\\ \begin{array}{cccccc}1 & \cdots & i & \cdots & n & n+1\end{array} & \end{array} \qquad (۶\text{-ب})$$

$$\bar{\mathbf{K}}=\begin{array}{c@{}c}\left[\begin{array}{cccccc} & & & & & 0\\ & & & & & \vdots\\ & & \mathbf{K}_{n\times n} & & & -k_T\\ & & & & & \vdots\\ & & & & & 0\\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & k_T\end{array}\right] & \begin{array}{c}1\\ \vdots\\ i\\ \vdots\\ n\\ n+1\end{array}\\ \begin{array}{cccccc}1 & \cdots & i & \cdots & n & n+1\end{array} & \end{array} \qquad (۶\text{-پ})$$

اگر فرض کنیم $\mathbf{u}=\mathbf{L}\left(c_T\dot{x}_T\right)$، $\mathbf{d}=-\mathbf{Mr}\ddot{x}_g$ و $\mathbf{f}=\mathbf{d}+\mathbf{u}$ آنگاه ماتریس‌های فضای حالت عبارتند از:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{X}}}(t)+\bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{\mathbf{X}}}(t)+\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{X}}(t)=\mathbf{f} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{Z}}}&=\mathbf{A}\bar{\mathbf{Z}}+\mathbf{Bf}\\ \bar{\mathbf{Y}}&=\mathbf{C}\bar{\mathbf{Z}}+\mathbf{Df}\end{aligned} \quad (۸)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}=\left\{\bar{\mathbf{X}} \quad \dot{\bar{\mathbf{X}}}\right\}^T \; ; \quad \mathbf{Y}=\left\{\bar{\mathbf{X}} \quad \dot{\bar{\mathbf{X}}}\right\}^T \quad (۹)$$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{(n+1)\times(n+1)} & \mathbf{I}_{(n+1)\times(n+1)}\\ -\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{K}} & -\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}\end{bmatrix}_{2(n+1)\times 2(n+1)} \; ; \quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{(n+1)\times(n+1)}\\ \bar{\mathbf{M}}^{-1}\end{bmatrix}_{2(n+1)\times(n+1)} \quad (۱۰)$$

$$\mathbf{C}=\mathbf{I}_{2(n+1)}; \quad \mathbf{D}=\mathbf{0}_{2(n+1)} \quad (۱۱)$$

سازهٔ تحت مطالعه یک قاب سه طبقه که ماتریس‌های سیستم آن عبارتند از:

$$\begin{aligned}M&=\begin{bmatrix}98.3 & 0 & 0\\ 0 & 98.3 & 0\\ 0 & 0 & 98.3\end{bmatrix}kg\\ C&=\begin{bmatrix}175 & -50 & 0\\ -50 & 100 & -50\\ 0 & -50 & 50\end{bmatrix}\frac{N.s}{m}\\ K&=10^5\begin{bmatrix}12.0 & -6.84 & 0\\ -6.84 & 13.7 & -6.84\\ 0 & -6.84 & 6.84\end{bmatrix}\frac{N}{m}\end{aligned} \quad (۱۲)$$

این سیستم مدل ساده‌ایست از یک قاب آزمایشی سه طبقه که در لابراتوار دینامیک سازه‌ها و کنترل و مهندسی زلزله[1] در دانشگاه نوتردام[2] قرار دارد (Shakib and Rahimian, 2010).

استراتژی کنترل فعال

الگوریتم تناسبی، انتگرالی، مشتقی PID

بیش از نیمی از کنترل‌کننده‌های صنعتی که امروزه به کار می‌روند از طرح‌های کنترل PID یا PID اصلاح‌شده استفاده می‌کنند. چون غالباً کنترل‌کننده‌های PID در محل تنظیم می‌شوند، قواعد تنظیم متفاوتی در نوشته‌ها پیشنهاد شده است که با استفاده از این قواعد می‌توان کنترل‌کننده‌ها را در محل با دقت و ظرافت تنظیم کرد. روش‌های تنظیم خودکار نیز ابداع شده‌اند، و بعضی از کنترل‌کننده‌های PID قابلیت تنظیم خودکار را دارا هستند.

مزیت اصلی کنترل‌کننده‌های PID در قابلیت اعمال عمومی آنها به اکثر سیستم‌های کنترل است. در عمل هرگاه مدل ریاضی سیستم معلوم نباشد، و به همین خاطر روش‌های تحلیلی طراحی را نتوان به کار برد، کنترل‌کننده‌های PID بسیار مفید هستند.

ترکیب عمل‌های کنترلی تناسبی، انتگرالی و مشتقی کنترل تناسبی – انتگرالی – مشتقی را به وجود می‌آورد. این عمل مرکب تمام مزایای سه کنترلِ تنها را دارد. معادلهٔ کنترل‌کنندهٔ تناسبی – انتگرالی – مشتقی عبارت است از:

$$u(t)=K_p e(t)+\frac{K_p}{T_i}\int_0^t e(t)dt+K_p T_d\frac{de(t)}{dt} \quad (۱۳)$$

تابع تبدیل کنترل‌کننده عبارت است از:

$$\frac{U(s)}{E(s)}=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) \quad (۱۴)$$

1.Structural Dynamics and Control/Earthquake Engineering Laboratory (SDC/EEL)
2.University of Norte Dame

K_p بهرهٔ تناسبی، T_i زمان انتگرال و T_d زمان مشتق است.

اگر در سیستم کنترل PID پایهٔ ورودی تابع پله‌ای باشد، به خاطر وجود جملهٔ مشتقی در عمل کنترل، متغیر کارانداز $u(t)$ تابع ضربه، (تابع دلتا) پیدا می‌کند. در کنترل‌کنندهٔ PID واقعی به جای جملهٔ مشتقی خالص $T_d s$ جملهٔ زیر را به کار می‌بریم:

$$\frac{T_d s}{1+¥T_d s}=\frac{NT_d s}{N+T_d s} \tag{۱۵}$$

که در آن مقدار ¥ چیزی حدود 0.1 است. که معمولا از فرم دوم بر حسب N که عدد بزرگی است استفاده می‌شود. در این صورت اگر ورودی مرجع تابع پله‌ای باشد، متغیر کارانداز $u(t)$ تابع ضربه ندارد، بلکه یک تابع پالسی تیز در آن به وجود می‌آید. این پدیده را لگد نقطهٔ تنظیم می‌نامند.

الگوریتم LQR

معادلهٔ دیفرانسیل سیستم کنترل‌شدهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{K}\mathbf{x}(t)=\mathbf{F}\mathbf{f}(t)+\mathbf{U}\mathbf{u}(t) \tag{۱۶}$$

که در آن $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ به ترتیب ماتریس‌های $n\times n$ جرم، میرایی و سختی می‌باشند، $\mathbf{U}$ ماتریس $n\times m$ مکان نیروهای کنترل، $\mathbf{u}(t)$ بردار $m-$بعدی نیروی کنترل، $\mathbf{F}$ ماتریس $n\times r$ مکان ارتعاش خارجی، $\mathbf{f}(t)$ بردار $r-$بعدی تحریک خارجی که می‌تواند ناشی از زلزله، باد یا دستگاه‌های در حال کار باشد، و نقطه نشان‌دهنده مشتق نسبت به زمان است. معادلهٔ ۱۶ در فضای حالت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\mathbf{z}}(t)=\mathbf{A}\mathbf{z}(t)+\mathbf{B}\mathbf{u}(t)+\mathbf{E}\mathbf{f}(t) \tag{۱۷}$$

که $\mathbf{z}(t)$ بردار حالت $2n-$بعدی، $\mathbf{A}$ ماتریس سیستم $2n\times 2n$، $\mathbf{B}$ ماتریس موقعیت نیروی کنترل $2n\times m$ و $\mathbf{E}$ ماتریس موقعیت تحریک خارجی $2n\times r$ است؛ که عبارتند از:

$$\begin{gathered}\mathbf{z}(t)=\begin{Bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \dot{\mathbf{x}}(t)\end{Bmatrix}_{2n\times 1};\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times n} & \mathbf{I}_{n\times n}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\end{bmatrix}_{2n\times 2n}\\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times m}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{U}\end{bmatrix}_{2n\times m};\mathbf{E}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times r}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}\end{bmatrix}_{2n\times r}\end{gathered} \tag{۱۸}$$

بر اساس کنترل بهینهٔ خطی کلاسیک، نیروی کنترل بهینهٔ سیستم، $u(t)$، به نحوی انتخاب می‌شود که شاخص عملکرد درجه دوم زیر با قید ۱۷ می‌نیمم شود (Soong and Dargush, 1997 and Ogata, 1997):

$$J=\int_0^{t_f}\left[\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t)+\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)\right]dt \tag{۱۹}$$

در معادلهٔ فوق بازهٔ زمانی $\left[0,t_f\right]$ طوری تعریف می‌شود که از بازهٔ ارتعاشات خارجی طولانی‌تر باشد. ماتریس $\mathbf{Q}$ ماتریس وزن مثبت نیمه‌معین[۱] $2n\times 2n$ پاسخ سیستم، $\mathbf{R}$ ماتریس وزن مثبت معین $m\times m$ نیروی کنترل و ^{T} بیانگر ترانهادهٔ بردار است. در روند می‌نیمم‌سازی تابعی[۲] شاخص عملکرد، بزرگی مؤلفه‌های ماتریس $\mathbf{Q}$ و $\mathbf{R}$ بر اساس اهمیت نسبی در نظر گرفته شده برای متغیرهای حالت و نیروی کنترل تعیین می‌شود. از اینرو با تغییر بزرگی ماتریس‌های $\mathbf{Q}$ و $\mathbf{R}$ می‌توانیم کنترل‌گری را تولید نماییم که به تعادلی میان مؤثر بودن کنترل و مصرف انرژی آن برسیم.

می‌نیمم‌سازی شاخص عملکرد منجر به معادلهٔ زیر می‌شود (Soong and Dargush, 1997):

$$\begin{gathered}\left[\dot{\mathbf{P}}(t)+\mathbf{P}(t)\mathbf{A}-\frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)+\mathbf{A}^T\mathbf{P}(t)-2\mathbf{Q}\right]\mathbf{z}(t)+\mathbf{P}(t)\mathbf{E}f(t)=0,\\ \mathbf{P}(t_f)=0\end{gathered} \tag{۲۰}$$

معادلهٔ ۲۰ را معادلهٔ ریکاتی می‌نامند و در آن $\mathbf{P}(t)$ ماتریس ریکاتی نامیده می‌شود.

در حالتی که بردار کنترل تنها تحت تأثیر بردار حالت باشد و $f(t)$ برابر صفر باشد، ماتریس مجهول $\mathbf{P}(t)$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\dot{\mathbf{P}}(t)+\mathbf{P}(t)\mathbf{A}-\frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)+\mathbf{A}^T\mathbf{P}(t)-2\mathbf{Q}=0,\quad \mathbf{P}(t_f)=0 \tag{۲۱}$$

1. Positive semi-definite
2. Functional

همچنین ثابت می‌شود بردار کنترل $\mathbf{u}(t)$ نسبت به $\mathbf{z}(t)$ خطی است و از اینرو قانون کنترل بهینه به صورت زیر است:

$$\mathbf{u}(t)=\mathbf{G}(t)\mathbf{z}(t)=-\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \qquad (۲۲)$$

که $\mathbf{G}(t)$ ضریب کنترل است. هنگامی که $\mathbf{z}(t)$ قابل اندازه‌گیری باشد، $\mathbf{u}(t)$ از **Error! Reference source not found.** به دست می‌آید و می‌دانیم که کنترل‌گر بازخوردی حاصله تولید یک سیستم حلقهٔ بسته پایدار می‌کند.

محاسبات عددی نشان می‌دهند که ماتریس ریکاتی $\mathbf{P}(t)$ در بازهٔ زمانی کنترل عمدتاً ثابت باقی می‌ماند و با نزدیک شدن به زمان t_f با سرعت به سمت صفر میل می‌کند. از اینرو، معمولاً ماتریس $\mathbf{P}(t)$ را با یک ماتریس ثابت $\mathbf{P}$ تقریب می‌زنند به طوری که معادلهٔ ریکاتی به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\mathbf{PA}-\frac{1}{2}\mathbf{PBR}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P}+\mathbf{A}^{T}\mathbf{P}-2\mathbf{Q}=0 \qquad (۲۳)$$

معادلهٔ فوق بیش از یک جواب برای $\mathbf{P}$ دارد. اگر سیستم پایدار باشد، همواره یک ماتریس $\mathbf{P}$ مثبت معین وجود دارد که معادلهٔ (۲۴) را ارضاء می‌نماید. به عبارت دیگر اگر معادلهٔ فوق دارای یک جواب مثبت معین برای $\mathbf{P}$ باشد، سیستم پایدار است (Ogata, 1997).

با جایگذاری بردار کنترل حاصله در معادلهٔ ۱۷ رفتار سیستم تحت کنترل بهینه با معادلهٔ زیر بیان می‌شود (Soong, 1990):

$$\dot{\mathbf{z}}(t)=(\mathbf{A}+\mathbf{BG})\mathbf{z}(t)+\mathbf{Ef}(t), \quad z(0)=z_{\circ} \qquad (۲۴)$$

معیارهای ارزیابی

برای مقایسه نتایج مدل‌ها ۸ معیار ارزیابی به صورت زیر انتخاب شده‌اند که در نامگذاری آنها $|\square|$ نشان‌دهندهٔ قدرمطلق پاسخ و $\|\square\|$ بیان‌کننده RMS پاسخ است. معیارهای پذیرش انتخاب شده به شرح زیر است:

جدول (۱) : شاخص‌های کنترل

Index	Description
$J_1=\max_{t,i}\left(\frac{\lvert x^c{}_i(t)\rvert}{x^u{}_{\max}}\right)$	Normalized peak floor displacement
$J_2=\max_{i}\left(\frac{\lVert x^c{}_i(t)\rVert}{\lVert x^u\rVert_{\max}}\right)$	Normalized RMS floor displacement
$J_3=\max_{t,i}\left(\frac{\lvert \ddot{x}_i^c(t)\rvert}{\ddot{x}^u_{\max}}\right)$	Normalized peak floor acceleration
$J_4=\max_{i}\left(\frac{\lVert \ddot{x}_i^c(t)\rVert}{\lVert \ddot{x}^u\rVert_{\max}}\right)$	Normalized RMS floor acceleration
$J_5=\frac{\lvert F_c\rvert_{\max}}{W_{tot}}$	Normalized peak control force ($W_{tot}=2892.0843\,N$)
$J_6=\frac{\lvert F_c\rvert_{\max}}{\lvert F\rvert_{\max}}$	Normalized peak control force (F: Excitation force)
$J_7=\frac{\lVert F_c\rVert}{\lVert F\rVert}$	Normalized RMS control force
$J_8=\max_{t,i}\left(\frac{\lvert d^c{}_i(t)\rvert}{d^u{}_{\max}}\right)$	Normalized peak floor drift

نتایج مدل‌سازی

شاخص‌های عملکردی برای سازهٔ کنترل شده به روش کنترل دو درجه آزادی PID با فیدبک در دو حالت فعال و نیمه فعال با استفاده از الگوریتم گراندهوک برای چهار شتاب‌نگاشت السنترو، کوبه، نوثریج و هاچینوحه در جدول ۱ مشاهده می‌شود.

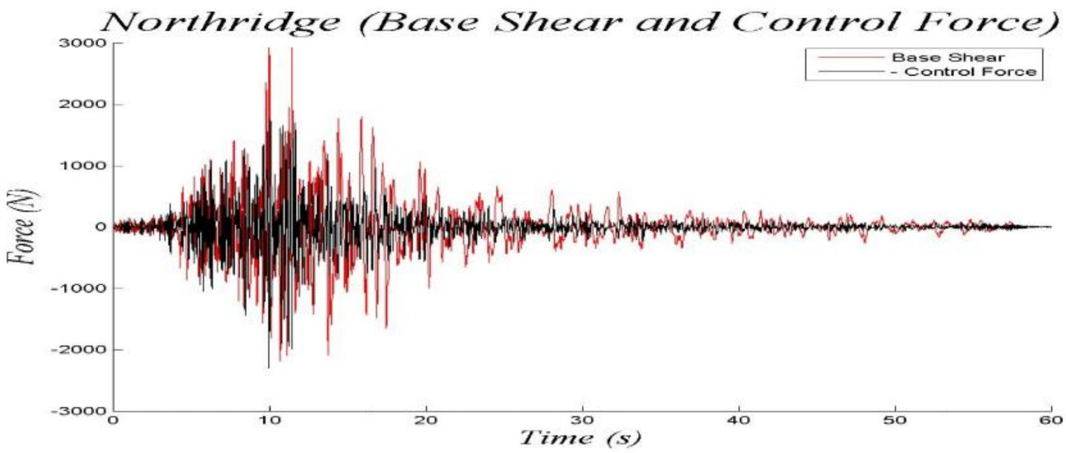
در نتایج بدست آمده فرض بر این بوده است که کنترل کننده با زمان تأخیر ۰.۰۲ ثانیه عمل میکند و نسبت جرمی TMD ۱٪ در نظر گرفته شده است. همچنین برای بدست آوردن نسبت فرکانسی و نسبت میرایی TMD بجای استفاده از فرمول‌های تجربی موجود از آنالیز حساسیت بر اساس تحریک نوفهٔ سفید استفاده شده است.

جدول (۲) : شاخص‌های عملکرد PID تحت زلزله های مورد بررسی

Excitation	Control strategy	Index (percent)							
		J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8
El Centro	Passive	78.01	51.41	81.51	47.75	0	0	0	77.39
	Active 2PID control	6.00	3.36	9.59	1.96	28.48	9.49	73.83	21.00
	Semi-active 2PID control	65.90	36.05	78.19	37.57	9.05	2.98	23.21	65.24
Kobe	Passive	60.40	49.98	43.24	33.96	0	0	0	63.32
	Active 2PID control	7.92	6.32	6.52	1.68	51.28	8.13	64.96	20.66
	Semi-active 2PID control	53.74	35.70	44.95	24.69	16.41	1.23	9.83	56.92
Northridge	Passive	57.51	33.67	59.41	32.78	0	0	0	57.57
	Active 2PID control	2.17	1.74	1.64	0.73	88.82	10.11	70.84	9.52
	Semi-active 2PID control	57.29	21.86	57.71	22.84	57.12	3.53	24.73	58.86
Hachinohe	Passive	79.19	48.58	66.36	40.60	0	0	0	79.19
	Active 2PID control	5.22	4.02	14.65	1.43	16.90	12.12	68.89	17.31
	Semi-active 2PID control	80.39	38.68	67.77	34.79	6.16	3.46	19.69	80.24

جدول (۳) : شاخص‌های عملکرد LQR تحت زلزله‌های مورد بررسی

Excitation	Control strategy	Index (percent)							
		J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8
El Centro	Passive	78.01	51.41	81.51	47.75	0	0	0	77.39
	Active 2PID control	32.23	21.46	39.53	16.05	30.80	9.87	76.76	37.91
	Semi-active 2PID control	59.03	34.68	92.90	57.72	35.41	8.72	67.80	60.75
Kobe	Passive	60.40	49.98	43.24	33.96	0	0	0	63.32
	Active 2PID control	42.77	37.64	17.87	12.69	46.53	5.91	47.24	45.97
	Semi-active 2PID control	60.88	47.39	70.44	45.72	40.09	3.61	28.88	63.64
Northridge	Passive	57.51	33.67	59.41	32.78	0	0	0	57.57
	Active 2PID control	17.20	11.09	17.03	7.68	79.76	10.55	73.93	24.09
	Semi-active 2PID control	33.77	22.30	58.29	31.88	152.96	12.48	87.51	46.03
Hachinohe	Passive	79.19	48.58	66.36	40.60	0	0	0	79.19
	Active 2PID control	34.67	24.55	19.81	12.53	12.93	9.48	53.87	40.55
	Semi-active 2PID control	52.34	36.22	87.37	48.93	13.75	9.17	52.12	52.90



شکل ۱: نیروی برش پایه و نیروی کنترل

نتیجه گیری

با توجه به معیار ۵ تا ۷، نتیجه می‌شود که با وجود آنکه الگوریتم LQR تقریباً نیرویی برابر با الگوریتم‌های PID تولید می‌کند ولی پاسخ را به خوبی این الگوریتم‌ها کاهش نمی‌دهد.

نتایج حاکی از این است که الگوریتم PID عملکرد بهتری دارد به علاوه اینکه تنظیم کردن الگوریتم PID با افزایش تعداد درجات آزادی سازه‌ای ساده‌تر بوده و تعداد پارامترهای تنظیم تغییر نمی‌کند حال آنکه در الگوریتم LQR با افزایش تعداد درجات آزادی پارامترهایی که بایستی تنظیم شوند افزایش می‌یابد و تنظیم کردن این سیستم‌ها به مراتب سخت‌تر می‌شود.

می‌شود با افزایش نسبت جرمی پاسخ الگوریتم‌ها کمابیش بهتر می‌شود و در مواردی نیز که این پاسخ بدتر می‌شود به علت افزایش جرم TMD و در نتیجه بیشتر شدن لختی آن می‌باشد که به واسطهٔ آن نیروی بیشتری برای خارج کردن آن از وضعیت تعادل نیاز است.

الگوریتم LQR علاوه بر دشواری‌های پیش رو برای تنظیم، نتایج چندان مطلوبی را نیز ارائه نمی‌نماید. با توجه به اینکه ماتریس کنترل در روش LQR به ماتریس‌های حالت و کنترل وابسته است، با افزایش تعداد درجات سازه‌ای تنظیم کردن این الگوریتم به روش‌های سعی و خطا کار بسیار دشواری است. به همین جهت توصیه نگارنده این است که این الگوریتم فقط برای سازه‌های با درجات آزادی کم استفاده شود.

TMD برای تحریک زلزله عملکرد مناسبی ندارد و بیشتر کاربرد آن برای جلوگیری از تشدید در سازه تحت تحریک باد است و در مورد زلزله که زمان وقوع آن نیز کوتاه است این تشدید هم نمی تواند چندان توسط TMD بهبود یابد.

با توجه به نتایج گذارش شده، افزایش نسبت جرمی بر روی عملکرد سیستم‌های کنترل نیمه فعال تأثیر چندانی ندارد و حتی با توجه به اضافه کردن یک ترم نیرویی به معادلات سیستم به دلیل اینرسی جرم می‌تواند نامطلوب نیز باشد، لذا افزایش جرم TMD در حالت کلی نمی‌تواند تأثیر چندان مثبتی بر نتایج بگذارد.

در این کار مقدار تأخیر زمانی سیستم ۰.۰۲ در نظر گرفته شده بود که در مطالعات تئوری مطلوب و در عمل بشدت سخت است و به نظر می‌رسد با در نظر گرفتن تأخیر عملی در کار که چیزی بیش از ۰.۴ ثانیه است، عملکرد سیستم‌های کنترل فعال مختلف تفاوت چندانی با یکدیگر و با کنترل غیرفعال نکند و این مؤید این واقعیت است که TMD تأثیر چندانی در کاهش پاسخ سیستم ندارد.

فهرست مراجع

A. K. Chopra, Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, 3rd ed.: Pearson Education, 2007.

A. Shakib and M. Rahimian, "A Comparison between Seismic Response of Structures under Different Semi-Active Control Strategies Using MR Dampers," Master of Science, Faculty of Civil Enginnering, University of Tehran, Tehran, Sep., 2010.

K. Ogata, Modern Control Engineering, 3rd ed. University of Minnesota: Tom Robbins, 1997.

R. W. Clough and J. Penzien, Dynamics of Structures, 3th ed.: Computers & Structures, Inc., 2003.

T. T. Soong and G. F. Dargush, Passive Energy Dissipation System in Structural Engineering. New York, N. Y.: John Wiley and Sons, 1997.

T. T. Soong, Active Structural Control: Theory and Practice: Longman Scientific and Technical, 1990.